Wojciech Bijak

Kolegium Analiz Ekonomicznych
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

Ubezpieczeniowy Fundusz Gwarancyjny

Krzysztof Hrycko, Stanisław Garstka

Ubezpieczeniowy Fundusz Gwarancyjny

Systemy rozliczeń między zakładami w ramach bezpośredniej likwidacji szkód (BLS)

Streszczenie

Mianem bezpośredniej likwidacji szkód (BLS) określa się proces likwidacji szkód, w którym poszkodowany ma możliwość wyboru zakładu ubezpieczeń likwidującego szkodę, tzn. może zdecydować się na likwidację szkody w zakładzie sprawcy szkody lub zakładzie, w którym sam był ubezpieczony. System BLS jest organizowany w ramach jednej grupy ubezpieczeń. Wykorzystuje się różne modele określające zakres szkód objętych BLS, zasady i sposoby rozliczeń między zakładami. W każdym z modeli jednymi z najistotniejszych elementów są zasady ustalania wysokości regresów (systemy rozliczeń między zakładami), z którymi występują zakłady likwidujące szkody na rzecz poszkodowanych do zakładów, w których ubezpieczeni są sprawcy szkody. Niniejsza praca dotyczy zasad rozliczeń między zakładami z tytułu szkód z ubezpieczeń OC p.p.m. Podjęto próbę zbadania wpływu przyjmowania różnych systemów rozliczeń między zakładami (rozliczenia według kosztów rzeczywistych i rozliczenia ryczałtowe) na sytuację finansową poszczególnych hipotetycznych zakładów ubezpieczeń i całego rynku oraz na ocenę ryzyka przyjmowanego przez poszczególne zakłady.

Słowa kluczowe: bezpośrednia likwidacja szkód (BLS), rozliczenie, koszty rzeczywiste, kwoty ryczałtowe, wynik techniczny

1. Wstęp

Mianem bezpośredniej likwidacji szkód (BLS) określa się proces likwidacji szkód, w którym poszkodowany ma możliwość wyboru zakładu ubezpieczeń likwidującego szkodę, tzn. może zdecydować się na likwidację szkody w zakładzie sprawcy szkody lub zakładzie, w którym sam był ubezpieczony. System BLS jest organizowany w ramach jednej grupy ubezpieczeń. Największe korzyści rynek ubezpieczeniowy – i to od strony zarówno zakładów ubezpieczeń, jak i ubezpieczonych – może uzyskać w ubezpieczeniach zawieranych na masową skalę. Do takich ubezpieczeń należą obowiązkowe ubezpieczenia komunikacyjne OC (OC posiadaczy pojazdów mechanicznych – OC p.p.m.). Wprowadzenie systemu BLS powoduje, że przy wyborze ubezpieczenia klienci kierują się nie tylko jego ceną, ale również oceną jakości procesu likwidacji szkód.

Bezpośrednia likwidacja szkód jest stosowana w ubezpieczeniach komunikacyjnych OC w niektórych krajach europejskich (np. w Belgii, Hiszpanii, Francji, Grecji, we Włoszech)[1]. Wykorzystuje się różne modele określające zakres szkód objętych BLS, zasady i sposoby rozliczeń między zakładami. Najczęściej dopuszcza się możliwość likwidowania w ramach systemu BLS szkód w pojeździe powstałych w wyniku kolizji na terenie danego kraju dwóch pojazdów zarejestrowanych w tym kraju oraz szkód w mieniu. Zwykle ustala się górny pułap szkód podlegających likwidacji w systemie BLS tak, aby objętych nim było np. ok. 90% zdarzeń spełniających wyżej wymienione kryteria. W każdym z modeli jednym z najistotniejszych elementów są zasady ustalania wysokości regresów (systemy rozliczeń między zakładami), z którymi występują zakłady likwidujące szkody na rzecz poszkodowanych do zakładów, w których ubezpieczeni są sprawcy szkody. Spektrum możliwości obejmuje rozliczenie między zakładami według rzeczywiście poniesionych kosztów lub według kwot określonych ryczałtowo. Wyznaczany jest zwykle próg, poniżej którego rozliczenie odbywa się na zasadzie kwot ryczałtowych, a powyżej którego po kosztach rzeczywistych. Ustalane są również zasady wyznaczania kwot ryczałtowych. W systemach BLS uwzględnia się również inne aspekty, które zostały pominięte w niniejszej pracy, a mianowicie – sposób rozliczania bezpośrednich kosztów likwidacji szkód, a także sposób wynagradzania za wykrycie próby wyłudzenia odszkodowania.

Przeprowadzenie dogłębnej analizy systemu BLS ma istotne znaczenie dla polskiego rynku ubezpieczeń, jeśli weźmie się pod uwagę aktualny etap jego rozwoju, w tym toczące się prace związane z wprowadzaniem jednolitego systemu BLS, opartego na wielostronnym porozumieniu między zakładami ubezpieczeń,

---

1 M. Monkiewicz, *Bezpośrednia likwidacja szkód z tytułu OC posiadaczy pojazdów mechanicznych. Doświadczenia krajów europejskich*, „Wiadomości Ubezpieczeniowe” 2009, nr 2, s. 153–167.

jak również już obecnie oferowane usługi BLS przez pojedyncze zakłady ubezpieczeń. Dla zakładów, które rozważają wejście w wielostronne porozumienie BLS, istotna jest odpowiedź na pytanie, jakie powinny być zasady systemu BLS zapewniające jego sprawiedliwość, w szczególności – według jakich kryteriów powinna być oceniana sprawiedliwość tego systemu. Z punktu widzenia pojedynczego zakładu ważne jest również określenie warunków systemu BLS, które zapewnią mu opłacalność wejścia w porozumienie wielostronne, oraz ustalenie kryteriów oceny tej opłacalności. Z tego względu potrzebne jest opracowanie, które abstrahując od polityki biznesowej zakładów ubezpieczeń, dostarczy narzędzi do rzetelnej oceny wprowadzanego systemu BLS w Polsce. W okresie styczeń–marzec 2014 r. Ubezpieczeniowy Fundusz Gwarancyjny, wykorzystując posiadaną bazę polis OC p.p.m., zdarzeń i odszkodowań, przeprowadził na danych rzeczywistych – na prośbę i zgodnie z założeniami ustalonymi przez Polską Izbę Ubezpieczeń (PIU) – analizę proponowanych rozwiązań systemu BLS[2]. Zdobyte przez autorów niniejszej pracy doświadczenia i związane z tym przemyślenia pozwoliły na podejście do tematu w sposób teoretyczny.

Systemy BLS mogą być analizowane pod różnym kątem. W niniejszej pracy skupiono się na zasadach rozliczeń między zakładami z tytułu szkód z ubezpieczeń OC p.p.m. Podjęto próbę zbadania wpływu przyjmowania różnych systemów rozliczeń między zakładami (rozliczenia według kosztów rzeczywistych i rozliczenia ryczałtowe) na sytuację finansową poszczególnych hipotetycznych zakładów ubezpieczeń i całego rynku oraz na ocenę ryzyka przyjmowanego przez poszczególne zakłady w ujęciu jednorocznym. Jednocześnie zostały zaproponowane kryteria pozwalające porównywać różne systemy rozliczeń i dokonać wyboru systemu najlepszego w świetle ustalonych kryteriów.

W pracy zostaną zweryfikowane następujące hipotezy badawcze:

Hipoteza 1: tylko rozliczenia po kosztach rzeczywistych nie wpłyną na pozycję konkurencyjną poszczególnych zakładów w systemie BLS.

Hipoteza 2: każdy system oparty na kwotach ryczałtowych wpłynie na wyniki poszczególnych zakładów ubezpieczeń z powodu różnicy w rozkładach częstości i wysokości szkód pomiędzy zakładami ubezpieczeń.

Hipoteza 3: łączna kwota potrzebna do likwidacji szkód na całym rynku nie ulega zmianie niezależnie od przyjęcia rozliczeń po kosztach rzeczywistych

[2] Wyniki badania zostały przedstawione na otwartym posiedzeniu Komisji Likwidacji Szkód PIU w prezentacji: *Projekt koncepcji systemu bezpośredniej likwidacji szkód w Polsce*, BCG, PIU, 12 marca 2014 r., s. 40–48.

bądź po kwotach ryczałtowych tylko pod warunkiem, że stosowane standardy wyceny szkód są identyczne.

W drugim punkcie niniejszej pracy omówiono przyjęty rozkład wysokości pojedynczej szkody oraz wykorzystywane dalej jego charakterystyki. W punkcie trzecim przedstawiono założenia dotyczące analizowanego rynku ubezpieczeń komunikacyjnych w obszarze wypłacanych odszkodowań. Punkt czwarty został poświęcony analizie różnych systemów rozliczeń w ramach BLS. W punkcie piątym zaprezentowano podstawowe wyniki analiz. Ogólne spostrzeżenia dotyczące systemów BLS zawarto w podsumowaniu.

2. Rozkład wysokości pojedynczej szkody

W badaniu systemów rozliczeń w ramach BLS przyjmujemy, że wysokość pojedynczej szkody jest zmienną losową X. Rozkład tej zmiennej jest różny dla poszczególnych zakładów ubezpieczeń działających na rynku. Przyjmijmy, że rozkład wysokości pojedynczej szkody jest rozkładem bezwzględnie ciągłym określonym na półosi dodatniej o funkcji gęstości $f(x)$, $x > 0$[3]. Do opisu systemu BLS można wykorzystać niektóre charakterystyki rozkładu zmiennej X.

Niech $\mathcal{A} = (a_1, a_2]$, $a_1, a_2 \geq 0, a_1 < a_2$ oznacza podzbiór zbioru nieujemnych liczb rzeczywistych (przedział) $\mathcal{A} \subseteq (0, +\infty)$, $1_{\mathcal{A}} = \begin{cases} 1 \text{ gdy } y \in (a_1, a_2] \\ 0 \text{ gdy } y \notin (a_1, a_2] \end{cases}$ jego funkcję charakterystyczną. Zdefiniujmy następujące charakterystyki zmiennej losowej X:

- g-ty ograniczony moment zwykły:

$$E\left(\left[X;x\right]^g\right) = \int_0^x y^g f(y)\,dy + x^g\left[1 - F(x)\right], \tag{1}$$

- g-ty moment zwykły na zbiorze $\mathcal{A}$:

[3] Zagadnieniu modelowania rozkładów szkód jest poświęcona np. praca: R. Hogg, S. Klugman, *Loss distributions*, J. Wiley & Sons Inc., New York 1984. Wprowadzono w niej przedstawione poniżej charakterystyki rozkładów szkód w kontekście warunków modyfikujących zakres przyjmowanego do ubezpieczenia ryzyka (przekształcenia wysokości szkód). Ze względu na specyfikę rozpatrywanych dalej problemów (nie ulega zmianie podmiot odpowiedzialny za szkody, tylko zmienia się podmiot je likwidujący i wypłacający odszkodowania) wprowadzono oznaczenia, które lepiej mają oddać tę specyfikę.

$$E\left(\left[X;1_{\mathcal{A}}\right]^g\right)=\int_{a_1}^{a_2}x^g f(x)\,dx, \tag{2}$$

- g-ty moment zwykły na zbiorze $\mathcal{A}$ w rozkładzie warunkowym:

$$E\left(\left[X\,|\,1_{\mathcal{A}}\right]^g\right)=\frac{1}{F(a_2)-F(a_1)}\int_{a_1}^{a_2}x^g f(x)\,dx. \tag{3}$$

Między powyżej zdefiniowanymi momentami zmiennej X zachodzą m.in. następujące zależności:

$$E\left(\left[X;x\right]^g\right)=E\left(\left[X;1_{(0,x]}\right]^g\right)+x^g\left[1-F(x)\right],$$

$$E\left(\left[X\,|\,1_{\mathcal{A}}\right]^g\right)=\frac{1}{F(a_2)-F(a_1)}E\left(\left[X;1_{\mathcal{A}}\right]^g\right).$$

W szczególności, gdy $\mathcal{A}=(0,+\infty)$, mamy, że

$$E\left(\left[X;1_{\mathcal{A}}\right]^g\right)=E\left(\left[X\,|\,1_{\mathcal{A}}\right]^g\right)=E\left(X^g\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}E\left(\left[X;x\right]^g\right)=E\left(X^g\right)$$

gdzie $E\left(X^g\right)$ oznacza g-ty moment zwykły zmiennej X.

Dokonajmy podziału przedziału $\mathcal{A}=(a_1,a_2]$ na l rozłącznych podprzedziałów $\mathcal{A}_1=(a_1,b_1]$, $\mathcal{A}_2=(b_1,b_2]$, …, $\mathcal{A}_{l-1}=(b_{l-2},b_{l-1}]$, $\mathcal{A}_l=(b_{l-1},a_2]$ tak, aby $\mathcal{A}=\bigcup_{h=1}^{l}\mathcal{A}_l$. Mamy wówczas, że

$$E\left(\left[X;1_{\mathcal{A}}\right]^g\right)=\sum_{h=1}^{l}E\left(\left[X;1_{\mathcal{A}_h}\right]^g\right). \tag{4}$$

W szczególności, gdy przyjmiemy, że $a_1=0$, $\mathcal{A}_{l+1}=(a_2,\infty)$, mamy

$$E\left(X^g\right)=\sum_{h=1}^{l+1}E\left(\left[X;1_{\mathcal{A}_h}\right]^g\right).$$

W ubezpieczeniach do modelowania rozkładu wysokości pojedynczej szkody wykorzystuje się całą gamę rozkładów prawdopodobieństwa (m.in. gamma, logarytmiczno-normalny, Pareta) szeroko omawianych w literaturze aktuarialnej[4]. W dalszej części pracy w prezentowanych przykładach i przeprowadzonych analizach wykorzystano rozkład Weibulla i w związku z tym poniżej przypomniano podstawowe jego własności[5].

Rozkłada Weibulla został wybrany dlatego, że pozwala na uwzględnienie w analizach niezaniedbywalnej możliwości pojawiania się szkód o dużych wartościach. Wiąże się to z faktem, że grubość ogona tego rozkładu prawdopodobieństwa zależy od jednego z jego parametrów (parametru kształtu, dalej oznaczanego jako τ). Gdy $0 < \tau < 1$, to rozkład jest rozkładem o ciężkim ogonie, w przeciwnym przypadku rozkładem o lekkim ogonie[6].

Zmienna losowa X ma rozkład Weibulla, jeżeli funkcja gęstości prawdopodobieństwa jest postaci:

$$f\left(x\right)=\frac{\tau\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\tau}e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\tau}}}{x},\text{ dla } x>0,\ \tau>0,\theta>0.$$

Dystrybuanta rozkładu Weibulla ma postać:

$$F\left(x\right)=1-e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\tau}},$$

natomiast g-ty moment zwykły jest równy:

$$\mu_{g}=E\left(X^{g}\right)=\theta^{g}\Gamma\left(1+\frac{g}{\tau}\right),\ g>-\tau,$$

gdzie $\Gamma\left(\alpha\right)=\frac{1}{\Gamma\left(\alpha\right)}\int_{0}^{\infty}y^{\alpha-1}e^{-y}dy.$

Interesujące w kontekście analiz funkcjonowania systemów BLS charakterystyki zmiennej losowej X o rozkładzie Weibulla mają następującą postać:

---

4 Por. np. R. Hogg, S. Klugman, *Loss distributions*, op.cit.; S.A. Klugman, H.H. Panjer, G.E. Willmot, *Loss Models. From Data to Decisions*, J. Wiley & Sons Inc., New York 1998.

5 R. Hogg, S. Klugman, op.cit., s. 231–232; S.A. Klugman, H.H. Panjer, G.E. Willmot, op.cit., s. 581.

6 W praktyce aktuarialnej wykorzystuje się inne rozkłady do modelowania szkód zwykłych i dużych. Często rozkłady szkód dużych są modelowane za pomocą rozkładów wartości ekstremalnych. Por. np. P. Embrechts, C. Klüppelberg, T. Mikosch, *Modelling extremal events for insurance and finance*, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg 2001.

- ograniczony g-ty moment zwykły ($g > -\tau$):

$$E\left(\left[X;x\right]^g\right) = \theta^g \Gamma\left(1+\frac{g}{\tau}\right)\Gamma\left(1+\frac{g}{\tau};\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\tau}\right) + x^g e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\tau}}, \tag{5}$$

gdzie $\Gamma\left(\alpha;x\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\alpha\right)}\int_0^x y^{\alpha-1}e^{-y}dy$,

- g-ty moment zwykły zmiennej na zbiorze $\mathcal{A}$ ($g > -\tau$):

$$E\left(\left[X;1_{\mathcal{A}}\right]^g\right) = \begin{cases} \theta^g \Gamma\left(1+\frac{g}{\tau}\right)\Gamma\left(1+\frac{g}{\tau};\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\tau}\right) & \text{dla } \mathcal{A} = \left(0,x\right] \\ \theta^g \Gamma\left(1+\frac{g}{\tau}\right)\left[\Gamma\left(1+\frac{g}{\tau};\left(\frac{b}{\theta}\right)^{\tau}\right) - \Gamma\left(1+\frac{g}{\tau};\left(\frac{a}{\theta}\right)^{\tau}\right)\right] & \text{dla } \mathcal{A} = \left(a,b\right], \\ \theta^g \Gamma\left(1+\frac{g}{\tau}\right)\left[1-\Gamma\left(1+\frac{g}{\tau};\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\tau}\right)\right] & \text{dla } \mathcal{A} = \left(x,\infty\right) \end{cases} \tag{6}$$

- g-ty moment zwykły na zbiorze $\mathcal{A}$ w rozkładzie warunkowym ($g > -\tau$):

$$E\left(\left[X|1_{\mathcal{A}}\right]^g\right) = \begin{cases} \frac{1}{F\left(x\right)}E\left(\left[X;1_{\left(0,x\right]}\right]^g\right) \\ \frac{1}{F\left(b\right)-F\left(a\right)}E\left(\left[X;1_{\left(a,b\right]}\right]^g\right), \\ \frac{1}{1-F\left(x\right)}E\left(\left[X;1_{\left(x,\infty\right)}\right]^g\right) \end{cases} \tag{7}$$

gdzie $E\left(\left[X;1_{\mathcal{A}}\right]^g\right)$ wyraża się wzorem (6),

- kwantyl rzędu $q \in \left(0,1\right)$

$$x_q = \theta\left[-\ln\left(1-q\right)\right]^{\frac{1}{\tau}}. \tag{8}$$

Na podstawie danych z rynku ubezpieczeniowego zwykle łatwiej jest uzyskać informacje o średniej szkodzie, trudniej o wariancji wysokości szkód, a wręcz niemożliwe jest uzyskanie danych indywidualnych o szkodach lub reprezentacyjnych prób statystycznych ze wszystkich zakładów ubezpieczeń[7]. Podchodząc pragmatycznie do zagadnienia, przyjęto dalej, że parametrami wejściowymi do analiz będą momenty niskiego rzędu (średnia, wariancja) i że parametry ustalonego rozkładu Weibulla zostaną wyznaczone metodą momentów (MM).

Niech odpowiednio $\bar{X}$ i $\bar{S}^2$ oznaczają średnią oraz wariancję wysokości szkód określoną dla ustalonego okresu (np. roku). Estymatory MM parametrów uzyskujemy, rozwiązując ze względu na θ, τ układ równań:

$$\theta\Gamma\left(1+\frac{1}{\tau}\right)=\bar{X}, \quad \frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\tau}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\tau}\right)^2}-1=\frac{\bar{S}^2}{\bar{X}^2}.$$

3. Założenia do badania

W badaniu systemów BLS przyjmujemy, że na rynku ubezpieczeń działa k zakładów ubezpieczeń o portfelach ubezpieczeń, które składają się z jednostek ryzyka charakteryzujących się losową wartością szkód odpowiednio $Z_1, Z_2, \ldots, Z_k$. Łączna liczba umów zawartych przez te zakłady wynosi L. Określony jest udział w rynku poszczególnych zakładów i wynosi on odpowiednio $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k \geq 0$, $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_k = 1$.

Rozkłady wysokości pojedynczych szkód określa się za pomocą dystrybuant $F_{Z_1}, F_{Z_2}, \ldots, F_{Z_k}$[8]. Przyjmijmy dalej, że dana jest częstość szkód w odniesieniu do pojedynczej umowy rozumiana jako oczekiwana liczba szkód w okresie umowy, równa odpowiednio $q_1, q_2, \ldots, q_k$. Średnia częstość szkód z umowy dla rynku wynosi więc $q = \alpha_1 q_1 + \alpha_2 q_2 + \ldots + \alpha_k q_k$.

Łączna liczba szkód N obciążających cały rynek w ustalonym okresie jest równa:

[7] Danymi indywidualnymi o szkodach w ubezpieczeniach komunikacyjnych ze wszystkich zakładów działających w Polsce dysponuje jedynie UFG i to w Funduszu w okresie styczeń–marzec 2014 r. przeprowadzono badanie empiryczne proponowanego przez PIU systemu BLS.

[8] Na potrzeby prezentowanych przykładów i analiz będziemy przyjmować założenie, że dystrybuanty F_{Z_i}, $i = 1, \ldots, k$ są dystrybuantami rozkładu Weibulla o parametrach $\tau_i > 0, \theta_i > 0$ ustalonych np. MM na podstawie znanych wartości $\bar{X}_i$ i $\bar{S}_i^2$.

$$N = \left(\alpha_1 q_1 + \alpha_2 q_2 + \ldots + \alpha_k q_k\right) L = \sum_{i=1}^{k} n_i ,$$

gdzie na zakład i przypada $n_i = \alpha_i q_i L$ szkód.

Udział każdego zakładu w łącznej liczbie szkód możemy wyznaczyć, korzystając z zależności

$$n_i = \beta_i N = \frac{\alpha_i q_i}{\sum_{j=1}^{k} \alpha_j q_j} N = \frac{\alpha_i q_i}{q} N .$$

Oczywiście zachodzi $\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_k = 1$.

Łączny rozkład wysokości pojedynczej szkody X dla rynku jest skończoną mieszanką rozkładów o dystrybuancie postaci:

$$F_X(x) = \beta_1 F_{Z_1}(x) + \beta_2 F_{Z_2}(x) + \ldots + \beta_k F_{Z_k}(x)$$

oraz o wartości oczekiwanej

$$E(X) = \sum_{i=1}^{k} \beta_i E(Z_i).$$

Dla $\mathcal{A} = (a_1, a_2] \subseteq (0, +\infty)$ moment zwykły zmiennej X na zbiorze $\mathcal{A}$ jest równy:

$$E(X; 1_{\mathcal{A}}) = \sum_{i=1}^{k} \beta_i E(Z_i; 1_{\mathcal{A}}). \tag{9}$$

W ubezpieczeniach OC posiadaczy pojazdów mechanicznych rozkład szkód jest rozkładem związanym ze szkodami spowodowanymi przez sprawców wypadków lub kolizji, tzn. szkodami obciążającymi zawarte umowy ubezpieczenia. Uwzględnienie w analizie poszkodowanych wymaga przyjęcia pewnych dodatkowych założeń. Poszkodowany jest osobą przypadkową i w związku z tym możemy założyć, że prawdopodobieństwo tego, że poszkodowany jest klientem danego zakładu, jest równe udziałowi danego zakładu w rynku. W tabeli 1 przedstawiono rozkład liczby szkód z uwzględnieniem roli zakładów ubezpieczeń udzielających ochrony osobom uczestniczącym w zdarzeniu szkodowym (zakład poszkodowanego lub zakład sprawcy)[9].

[9] Warto podkreślić fakt, że zakład ubezpieczeń występuje zwykle w podwójnej roli – zakładu sprawców wypadków i kolizji oraz zakładu poszkodowanych w wypadkach i kolizjach.

Tabela 1. Rozkład liczby szkód według roli zakładu ubezpieczeń w związku ze zdarzeniem szkodowym (zakład poszkodowanego lub zakład sprawcy)

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j				Razem i
		1	2	…	k	
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	m_{11}	m_{12}	…	m_{1k}	$m_{1\cdot} = n_1$
	2	m_{21}	m_{22}	…	m_{2k}	$m_{2\cdot} = n_2$
	…	…	…	…	…	…
	k	m_{k1}	m_{k2}	…	m_{kk}	$m_{k\cdot} = n_k$
Razem j		$m_{\cdot 1}$	$m_{\cdot 2}$	…	$m_{\cdot k}$	N

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 1 przyjęto, że

m_{ij} – liczba szkód obciążających zakład i w przypadku, gdy poszkodowany jest ubezpieczony w zakładzie j,

$m_{i\cdot} = n_i$ – liczba szkód obciążających zakład i,

$m_{\cdot j}$ – liczba szkód, w których poszkodowany był klientem zakładu j.

Zgodnie z przyjętymi założeniami mamy

$$m_{ij} = \alpha_j n_i .$$

W tabeli 2 podano rozkład wartości szkód ze względu na rolę zakładu ubezpieczeń w związku ze zdarzeniem szkodowym (zakład sprawcy i zakład poszkodowanego).

Tabela 2. Rozkład wartości szkód według roli zakładu ubezpieczeń w związku ze zdarzeniem szkodowym (zakład poszkodowanego lub zakład sprawcy)

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j				Razem i
		1	2	…	k	
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	S_{11}	S_{12}	…	S_{1k}	$S_{1\cdot}$
	2	S_{21}	S_{22}	…	S_{2k}	$S_{2\cdot}$
	…	…	…	…	…	…
	k	S_{k1}	S_{k2}	…	S_{kk}	$S_{k\cdot}$
Razem j		$S_{\cdot 1}$	$S_{\cdot 2}$	…	$S_{\cdot k}$	S

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 2 przyjęto, że

S_{ij} – wartość szkód obciążających zakład i w przypadku, gdy poszkodowany jest ubezpieczony w zakładzie j,

$S_{i\cdot}$ – wartość szkód obciążających zakład i,
$S_{\cdot j}$ – wartość szkód, w których poszkodowany był klientem zakładu j.

Przyjmijmy, że każda szkoda jest rozliczana w wysokości równej wartości oczekiwanej w rozkładzie szkód zakładu sprawcy wypadku. Oznacza to, że $S_{ij} = E(Z_i)m_{ij}$. Przy dużej liczbie szkód (kilkunastu lub kilkuset tysięcy) podejście takie nie powinno prowadzić do powstania istotnych błędów wynikających z dokonanych przybliżeń rzeczywistej wysokości szkody jej wartością oczekiwaną. Przy poczynionym założeniu mamy, że wartość szkód obciążających zakład i jest równa:

$$S_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{k} E(Z_i)m_{ij} = E(Z_i)n_i = E(Z_i)\beta_i N = \alpha_i L q_i E(Z_i).$$

W tym przypadku $S_{i\cdot}$ określa składkę czystą P_i zakładu i (zakładu sprawcy) wypadku. Jest to jednocześnie łączna wartość wypłaconych odszkodowań Y_i, co oznacza, że wynik techniczny $T_i = P_i - Y_i$ jest równy 0.

Podobnie, gdyby stosowne odszkodowania były wypłacane przez zakład poszkodowanego j, mielibyśmy

$$S_{\cdot j} = \sum_{i=1}^{k} E(Z_i)m_{ij} = \sum_{i=1}^{k} E(Z_i)\beta_i\alpha_j N = \alpha_j N E(X) = \alpha_j L q E(X).$$

W tym przypadku $S_{\cdot j}$ określa udział zakładu j (zakładu poszkodowanego) w składce czystej całego rynku. Mamy bowiem

$$S = \sum_{i=1}^{k} S_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{k} S_{\cdot j} = LqE(X),$$

gdyż

$$\sum_{i=1}^{k} S_{i\cdot} = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i L q_i E(Z_i) = Lq\sum_{i=1}^{k} \frac{\alpha_i q_i}{q} E(Z_i) = Lq\sum_{i=1}^{k} \beta_i E(Z_i) = LqE(X).$$

4. Modele rozliczeń w systemie BLS

W systemach BLS mogą być stosowane różne modele rozliczeń szkód między zakładami ubezpieczeń poszkodowanych w wypadkach i zakładami ubezpieczeń sprawców wypadków i kolizji drogowych. W praktyce spotykane są modele rozliczeń według kosztów rzeczywistych i za pomocą ryczałtów (jednego lub wielu). Systemy mogą się różnić sposobami ustalania ryczałtów, ich liczbą, zakresem wysokości szkód rozlicznych w ramach BLS i za pomocą poszczególnych wartości ryczałtowych. W dalszej części pracy przyjmujemy założenie, że wszystkie szkody, które mogą być rozliczone w ramach BLS, są rozliczane w tym systemie.

4.1. Rozliczenia według kosztów rzeczywistych

Przyjęcie założenia, że odszkodowania w ramach systemu BLS są wypłacane przez zakład poszkodowanego, a następnie są rozliczne przez pozostałe zakłady według kosztów rzeczywistych, prowadzi do powstania następujących płatności i przepływów między zakładami:

- $S_{\cdot j}$ – odszkodowania wypłacone poszkodowanym klientom zakładu j przez ten zakład,
- $U_{j\cdot} = S_{j\cdot} - S_{jj}$ – zwrot dokonywany przez zakład j wydatków poniesionych przez zakłady $i = 1,2,\ldots,k,\ i \neq j$ na wypłatę odszkodowań poszkodowanym przez sprawców wypadków ubezpieczonych w zakładzie j,
- $U_{\cdot j} = S_{\cdot j} - S_{jj}$ – suma zwrotów dokonywanych przez zakłady $i = 1,2,\ldots,k,\ i \neq j$ wydatków poniesionych przez zakład j na wypłatę odszkodowań poszkodowanym przez sprawców wypadków ubezpieczonych w tych zakładach.

Łączna wartość wypłaconych odszkodowań Y_j przez zakład j jest równa

$$Y_j = S_{\cdot j} + U_{j\cdot} - U_{\cdot j} = S_{\cdot j} + \left(S_{j\cdot} - S_{jj}\right) - \left(S_{\cdot j} - S_{jj}\right) = S_{j\cdot}.$$

Oznacza to, że system BLS, w którym rozliczenia między zakładami są dokonywane według kosztów rzeczywistych, nie wpływa na sytuację poszczególnych zakładów, w szczególności na ich wynik techniczny.

Przykład 1. Przyjmijmy, że $k = 3,\ L = 100\ 000,\ \alpha_1 = \frac{3}{6},\ \alpha_2 = \frac{2}{6},\ \alpha_3 = \frac{1}{6}$,

$E\left(Z_1\right) = 4300,\ D\left(Z_1\right) = \sqrt{Var\left(Z_1\right)} = 4000,\quad E\left(Z_2\right) = 3600,\ D\left(Z_2\right) = \sqrt{Var_{Z_2}} = 3500,$

$E\left(Z_3\right) = 3200,\ D\left(Z_3\right) = \sqrt{Var_{Z_3}} = 3600,\ q_1 = 3\%, q_2 = 4\%, q_3 = 2\%$.

Parametry $\tau_i > 0,\ \theta_i > 0$ rozkładu Weibulla uzyskane metodą momentów są odpowiednio równe $\tau_1 = 1{,}0758,\ \theta_1 = 4423,\ \tau_2 = 1{,}0287,\ \theta_2 = 3642,\ \tau_3 = 0{,}8908,$ $\theta_3 = 3024$[10]. W tabeli 3 przedstawiono rozkład wartości wypłacanych odszkodowań

[10] Wartości wyznaczanych wielkości są podawane w zaokrągleniu, natomiast obliczenia są prowadzone z pełną dokładnością.

oraz wartości wzajemnych rozliczeń między zakładami w przypadku systemu BLS z rozliczeniami według rzeczywistej wysokości szkód. Wynik techniczny każdego zakładu jest równy 0.

Tabela 3. Rozliczenia między zakładami w ramach systemu BLS według rzeczywistej wysokości szkód

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j			Razem i	Przepływy z zakładu i
		1	2	3		
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	3 225 000	2 150 000	1 075 000	6 450 000	3 225 000
	2	2 400 000	1 600 000	800 000	4 800 000	3 200 000
	3	533 333	355 556	177 778	1 066 667	888 889
Razem j		6 158 333	4 105 556	2 052 778	12 316 667	–
Wpływy do zakładu j		2 933 333	2 505 556	1 875 000	–	7 313 889
Składka czysta P_j		6 450 000	4 800 000	1 066 667	12 316 667	–
Odszkodowania Y_j		6 450 000	4 800 000	1 066 667	12 316 667	–
Wynik techniczny T_j		0	0	0	0	–

Źródło: opracowanie własne.

4.2. Ryczałt równy średniej rynkowej szkód

Rozpatrzmy system wzajemnych rozliczeń między zakładami przy wykorzystaniu średniej rynkowej szkody. Przepływy środków między zakładami przedstawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Przepływy środków między zakładami w ramach systemu BLS według wartości ryczałtowej równej średniej rynkowej wartości szkody

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j				Razem przepływy z zakładu i
		1	2	…	k	
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	0	$E(X)m_{12}$	…	$E(X)m_{1k}$	$U_{1}.$
	2	$E(X)m_{21}$	0	…	$E(X)m_{2k}$	$U_{2}.$
	…	…	…	…	…	…
	k	$E(X)m_{k1}$	$E(X)m_{k2}$	…	0	$U_{k}.$
Razem wpływy do zakładu j		$U._{1}$	$U._{2}$	…	$U._{k}$	U

Źródło: opracowanie własne.

Wyszczególnione w tabeli 4 łączne wpływy i wydatki poszczególnych zakładów są określone następująco:

$$U_{i\cdot} = E(X)\sum_{j,j\neq i} m_{ij}\,,\; U_{\cdot j} = E(X)\sum_{i,i\neq j} m_{ij}\,,\; i,j = 1,2,\ldots,k$$

Wartość szkód obciążających zakład poszkodowanego j w omawianym systemie BLS jest równa

$$Y_j^S = S_{\cdot j} + U_{j\cdot} - U_{\cdot j},\;\; j = 1,2,\ldots,k,$$

natomiast jego wynik techniczny wynosi

$$T_j^S = S_{j\cdot} - Y_j^S\,.$$

Łatwo sprawdzić, że $\sum_{j=1}^{k} Y_j^S = S$, $\sum_{j=1}^{k} T_j^S = 0$, co oznacza, że rynek jako całość ani nie zyskuje, ani nie traci ($T = 0$) na ryczałtowym (według ryczałtu ustalonego na poziomie średniej rynkowej wartości szkody) rozliczaniu szkód między zakładami w ramach systemu BLS. Pozycja poszczególnych zakładów ulega jednak zmianie.

Przykład 2. Dla danych z przykładu 1 otrzymujemy, że średnia rynkowa wartość szkody wynosi $E(X) = 3889$. W tabeli 5 zostały przedstawione rozliczenia między zakładami i pozycja poszczególnych zakładów osiągana w wyniku zastosowania systemu BLS z ryczałtowym rozliczaniem szkód (według ryczałtu ustalonego na poziomie średniej rynkowej wartości szkody) ze względu na wynik techniczny.

Tabela 5. Rozliczenia między zakładami w ramach systemu BLS według wartości ryczałtowej równej $E(X)$ = 3889

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j			Przepływy z zakładu i
		1	2	3	
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	3 225 000	2 150 000	1 075 000	2 917 105
	2	2 400 000	1 600 000	800 000	3 457 310
	3	533 333	355 556	177 778	1 080 409
Razem j		6 158 333	4 105 556	2 052 778	–
Wpływy do zakładu j		3 241 228	2 376 901	1 836 696	7 454 825
Składka czysta P_j		6 450 000	4 800 000	1 066 667	12 316 667
Odszkodowania Y_j		5 834 211	5 185 965	1 296 491	12 316 667
Wynik techniczny T_j		615 789	–385 965	–229 825	0

Źródło: opracowanie własne.

Wprowadzenie rozliczeń ryczałtowych spowodowało, że dwa z trzech zakładów ubezpieczeń odnotowały ujemny wynik techniczny.

4.3. System z górnym limitem dla szkód likwidowanych w ramach BLS i ryczałtem równym średniej rynkowej szkód do wysokości limitu

Często przyjmuje się, że w systemie BLS są rozliczane szkody o wartościach z określonego przedziału $\left[Min, Max\right]$. Zwykle zakłada się, że $Min = 0$. Za wartość górną można przyjąć kwantyl ustalonego rzędu $Max = F^{-1}\left(r\right) = x_r$, przy np. $r = 0{,}95$ lub $Max = c$, gdzie c jest ustaloną maksymalną wartością szkody rozliczanej w systemie BLS, np. $c = 10\ 000$ lub $c = 15\ 000$; w szczególności $Max = \infty$. W drugim przypadku możemy określić prawdopodobieństwo tego, że szkody będą rozliczane w ramach systemu BLS przy ustalonym górnym ograniczeniu $r_c = F\left(c\right)$, i wtedy wartość limitu c możemy traktować jako kwantyl rzędu $r_c(x_{r_c}=c)$. Wartość $Max = x_r$, tzn. wartość równą kwantylowi rzędu r, uzyskujemy, rozwiązując równanie:

$$F_X\left(x_r\right) = \sum_{i=1}^{k} \beta_i F_{Z_i}\left(x_r\right) = r.$$

Przyjmijmy dalej, że $F_{Z_i}\left(x_r\right) = r_i$, $i = 1, 2, \ldots, k$.

Odszkodowanie związane z indywidualną szkodą x_{ij} obciążającą zakład i (zakład sprawcy wypadku) zostanie wypłacone poszkodowanemu przez zakład j (zakład poszkodowanego) i rozliczone w ramach BLS w wysokości ryczałtu r_{ij}, gdy $i \neq j$ oraz $x_{ij} \leq Max$, w przeciwnym przypadku odszkodowanie będzie wypłacone poszkodowanemu przez zakład ubezpieczeń sprawcy.

Przyjmijmy, że ryczałt jest ustalony na poziomie wartości średniej w rozkładzie warunkowym strat do wysokości x_r

$$R_1 = E\left(X \mid 1_{\left(0, x_r\right]}\right) = \frac{1}{F_X\left(x_r\right)} \sum_{i=1}^{k} \beta_i E\left(Z_i ; 1_{\left(0, x_r\right]}\right).$$

Zakład poszkodowanego będzie wypłacać przeciętnie odszkodowania w wysokości

$$R_1\left(Z_i\right) = E\left(Z_i \mid 1_{\left(0, x_r\right]}\right).$$

Załóżmy dalej, że odszkodowania za szkody o wartości powyżej x_r są wypłacane przez zakład sprawcy przeciętnie w wysokości

$$\bar{R}_1\left(Z_i\right) = E\left(Z_i \mid 1_{\left(x_r,\infty\right)}\right).$$

Zauważmy, że prawdopodobieństwo otrzymania szkód obciążających zakład i do wysokości limitu x_r jest równe $F_{Z_i}\left(x_r\right) = r_i$, czyli oczekiwana wartość wypłacanych ryczałtów jest równa $r_i E\left(X \mid 1_{\left(0,x_r\right]}\right)$. Oczekiwana wartość wypłacanych odszkodowań dla szkód likwidowanych w ramach BLS wynosi $r_i E\left(Z_i \mid 1_{\left(0,x_r\right]}\right)$, natomiast dla szkód powyżej limitu $\left(1-r_i\right) E\left(Z_i \mid 1_{\left(x_r,\infty\right)}\right)$.

W tabeli 6 przedstawiono odszkodowania wypłacane przez zakłady ubezpieczeń poszkodowanych w systemie BLS z górnym limitem dla szkód rozliczanych w jego ramach.

Tabela 6. Odszkodowania wypłacane przez zakłady ubezpieczeń poszkodowanych w systemie z górnym limitem dla szkód rozliczanych w ramach BLS

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j			
		1	2	…	k
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	$E\left(Z_1\right)m_{11}+R_{11}$	$R_1\left(Z_1\right)r_1 m_{12}$	…	$R_1\left(Z_1\right)r_1 m_{1k}$
	2	$R_1\left(Z_2\right)r_2 m_{21}$	$E\left(Z_2\right)m_{22}+R_{22}$	…	$R_1\left(Z_2\right)r_2 m_{2k}$
	…	…	…	…	…
	k	$R_1\left(Z_k\right)r_k m_{k1}$	$R_1\left(Z_k\right)r_k m_{k2}$	…	$E\left(Z_k\right)m_{kk}+R_{kk}$
Razem wydatki zakładu j		$S_{\cdot 1}^{R1}$	$S_{\cdot k}^{R1}$	…	$S_{\cdot k}^{R1}$

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 6 przyjęto, że $R_{ii} = \bar{R}_1\left(Z_i\right)\left(1-r_i\right)\sum_{j,j\neq i} m_{ij} = E\left(Z_i \mid 1_{\left(x_r,\infty\right)}\right)\left(1-r_i\right)\sum_{j,j\neq i} m_{ij}$, $i,j = 1,2,\ldots,k$.

Tabela 7. Przepływy środków między zakładami w ramach systemu BLS według wartości ryczałtowej równej $\boldsymbol{E\left(X \mid 1_{\left(0,x_r\right]}\right)}$

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j				Przepływy z zakładu i
		1	2	…	3	
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	0	$R_1r_1m_{12}$	…	$R_1r_km_{1k}$	$U_{1\cdot}$
	2	$R_1r_2m_{21}$	0	…	$R_1r_km_{2k}$	$U_{2\cdot}$
	…	…	…	…	…	…
	K	$R_1r_km_{k1}$	$R_1r_km_{k2}$	…	0	$U_{k\cdot}$
Wpływy do zakładu j		$U_{\cdot 1}$	$U_{\cdot 2}$	…	$U_{\cdot k}$	U

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 7 przyjęto, że wydatki zakładu i na pokrycie odszkodowań wypłaconych przez pozostałe zakłady w ramach systemu BLS są równe

$$U_{i\cdot} = E\left(X \mid 1_{\left(0,x_r\right]}\right) r_i \sum_{j,j\neq i} m_{ij} ,$$

natomiast wpływy zakładu j z tytułu zwrotów za wypłacone odszkodowania wynoszą

$$U_{\cdot j} = E\left(X \mid 1_{\left(0,x_r\right]}\right) \sum_{i,i\neq j} r_i m_{ij} , \; i,j = 1,2,\ldots,k.$$

Wartość szkód obciążających zakład poszkodowanego j w omawianym systemie BLS jest równa

$$Y_j^{R1} = S_{\cdot j}^{R1} + U_{j\cdot} - U_{\cdot j} , \; j = 1,2,\ldots,k.$$

Wynik techniczny zakładu j jest równy

$$T_j^{R1} = S_{\cdot j}^{R1} - Y_j^{R1} .$$

Łatwo sprawdzić, że $\sum_{j=1}^{k} Y_j^{R1} = S$, $\sum_{j=1}^{k} T_j^{R1} = 0$, co oznacza, że rynek jako całość ani nie zyskuje, ani nie traci ($T = 0$) na ryczałtowym rozliczaniu szkód między zakładami w ramach systemu BLS. Pozycja poszczególnych zakładów ulega jednak zmianie.

4.4. System z górnym limitem dla szkód likwidowanych w ramach BLS i wieloma ryczałtami zależnymi od wysokości szkody

W ogólnym przypadku można przyjąć, że ustalanych jest l wartości ryczałtów. Podzielmy przedział $\left(0,x_r\right]$ na rozłączne podprzedziały $\left(0,a_1\right]$, $\left(a_1,a_2\right]$, …, $\left(a_{l-2},a_{l-1}\right]$, $\left(a_{l-1},x_r\right]$ tak, aby

$$\left(0,x_r\right]=\left(0,a_1\right]\cup\left(a_1,a_2\right]\cup\ldots\cup\left(a_{l-2},a_{l-1}\right]\cup\left(a_{l-1},x_r\right].$$

Wartość ryczałtu dla szkód z przedziału $\left(a_{h-1},a_h\right]$, $h=1,\ldots l$ ($a_l = x_r$) jest równa wartości średniej w rozkładzie warunkowym szkód pod warunkiem, że są w wysokości z danego przedziału

$$R_{1,h}=E\left(X\mid 1_{\left(a_{h-1},a_h\right]}\right)=\frac{1}{F_X\left(a_h\right)-F_X\left(a_{h-1}\right)}\sum_{i=1}^{k}\beta_i E\left(Z_i;1_{\left(a_{h-1},a_h\right]}\right).$$

Zakład poszkodowanego będzie wypłacać przeciętnie odszkodowania w wysokości

$$R_{1,h}\left(Z_i\right)=E\left(Z_i\mid 1_{\left(a_{h-1},a_h\right]}\right).$$

Przyjmijmy oznaczenia $F_X\left(a_h\right)=r_h$ oraz $F_{Z_i}\left(a_h\right)=r_{ih}$. Odszkodowania będą wypłacane w systemie BLS z wieloma ryczałtami w wysokości określonej w tabeli 6. Różne będą natomiast wzajemne rozliczenia – i tak wydatki zakładu i będą równe

$$U_{i\cdot}=\sum_{h=1}^{l}E\left(X\mid 1_{\left(a_{h-1},a_h\right]}\right)\left(r_{ih}-r_{ih-1}\right)\cdot\sum_{j,j\neq i}m_{ij},$$

natomiast wpływy do zakładu j z tytułu rozliczeń wyniosą

$$U_{\cdot j}=\sum_{i,i\neq j}\left(\sum_{h=1}^{l}E\left(X\mid 1_{\left(a_{h-1},a_h\right]}\right)\left(r_{ih}-r_{ih-1}\right)\right)m_{ij}.$$

Z powyższych zależności wynika, że całkowita wartość wypłaconych odszkodowań jest równa S i łączny wynik techniczny jest równy 0 ($T=0$). Pozycja poszczególnych zakładów będzie zróżnicowana.

Przykład 3. Dla danych z przykładu 1 przyjmijmy, że w systemie BLS będą stosowane wartości ryczałtów 2017, 6116, 8613 odpowiednio dla szkód z przedziałów (0,5000], (5000,7500], (7500,10000]. W tabeli 8 zostały przedstawione rozliczenia między zakładami i pozycja poszczególnych zakładów osiągana w wyniku zastosowania systemu BLS z trzema wartościami ryczałtów.

Tabela 8. Rozliczenia między zakładami w ramach systemu BLS przy trzech wartościach ryczałtów 2017, 6116, 8613 odpowiednio dla szkód z przedziałów (0,5000], (5000,7500], (7500,10000]

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j			Przepływy z zakładu i
		1	2	3	
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	4 157 759	1 528 161	764 080	2 232 319
	2	1 870 540	2 305 947	623 513	2 522 001
	3	405 185	270 124	391 358	740 245
Razem j		6 433 484	4 104 231	1 778 951	–
Wpływy do zakładu j		2 335 647	1 784 310	1 374 606	5 494 564
Składka czysta P_j		6 450 000	4 800 000	1 066 667	12 316 667
Odszkodowania Y_j		6 330 156	4 841 921	1 144 590	12 316 667
Wynik techniczny T_j		119 844	–41 921	–77 923	0

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki uzyskane w tym przykładzie pokazują, że zwiększenie liczby ryczałtów powoduje wyrównanie pozycji poszczególnych zakładów pod względem wyniku technicznego. Rozliczenia stają się coraz bliższe rozliczeniom według kosztów rzeczywistych, przy których wynik techniczny wszystkich zakładów jest równy 0.

4.5. Rozliczenie szkody z uwzględnieniem różnic w standardach likwidacji

Jeżeli szkoda byłaby likwidowana w zakładzie sprawcy, to jej wartość byłaby równa x_{ij}. W przypadku likwidowania szkody przez zakład poszkodowanego jej wartość może być inna $\hat{x}_{ij} = \gamma_{ij} x_{ij}$. Przyjmujemy, że współczynniki korygujące γ_{ij}, $i, j = 1, 2, \ldots, k$ są stałe i odzwierciedlają różnice w standardach likwidacji szkód między zakładami. Rozliczanie szkód w ramach systemu BLS powinno te różnice uwzględniać. W tabeli 9 przedstawiono współczynniki korygujące, odzwierciedlając jednocześnie założenie, że system BLS nie ma wpływu na likwidację szkód związanych z umowami własnych klientów ($\gamma_{ii} = 1,\ i = 1, 2, \ldots, k$).

Tabela 9. Współczynniki korygujące wypłacane odszkodowania γ_{ij}, $i, j = 1, 2, \ldots, k$

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j			
		1	2	…	k
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	1	γ_{12}	…	γ_{1k}
	2	γ_{21}	1	…	γ_{2k}
	…	…	…	…	…
	k	γ_{k1}	γ_{k2}	…	1

Źródło: opracowanie własne.

Przyjmijmy, abstrahując od świadomej polityki zakładów ubezpieczeń w zakresie kształtowania portfela ubezpieczeniowego, że różnice w standardach sprowadzają się do relacji między średnimi szkodami

$$\gamma_{ij} = \frac{E(Z_j)}{E(Z_i)}, \; i, j = 1, 2, \ldots, k.$$

Jeżeli $\gamma_{ij} > 1$, to oznacza, że zakład poszkodowanego wypłaci poszkodowanemu więcej, niż wypłaciłby zakład sprawcy wypadku. W przeciwnym przypadku, gdy $\gamma_{ij} < 1$, zakład poszkodowanego wypłaca niższe odszkodowania niż zakład sprawcy wypadku.

Przykład 4. Dla danych z przykładu 1 otrzymane współczynniki korygujące wypłacane odszkodowania zostały przedstawione w tabeli 10.

Tabela 10. Współczynniki korygujące wypłacane odszkodowania $\gamma_{ij} = \frac{E(Z_j)}{E(Z_i)}$

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego j		
		1	2	3
Zakład ubezpieczeń sprawcy i	1	1,00	0,84	0,74
	2	1,19	1,00	0,89
	3	1,34	1,13	1,00

Źródło: opracowanie własne.

Przyjmijmy, że w systemie BLS jest stosowany ryczałt równy średniej rynkowej wartości szkody (por. przykład 2) skorygowany współczynnikami γ_{ij} przedstawionymi w tabeli 10. W tabeli 11 przedstawiono rozliczenia między zakładami w rozpatrywanym systemie BLS.

Tabela 11. Rozliczenia między zakładami w ramach systemu BLS z ryczałtem równym średniej rynkowej wartości szkody z uwzględnieniem współczynników korygujących

Zakład ubezpieczeń		Zakład ubezpieczeń poszkodowanego *j*			Przepływy z zakładu *i*
		1	2	3	
Zakład ubezpieczeń sprawcy *i*	1	3 934 307	1 404 107	624 048	2 320 959
	2	2 404 934	2 115 422	596 573	2 818 858
	3	584 611	326 294	341 568	881 804
Razem *j*		6 923 853	3 845 824	1 562 189	12 331 865
Wpływy do zakładu *j*		2 643 226	1 900 028	1 478 368	6 021 621
Składka czysta P_j		6 450 000	4 800 000	1 066 667	12 316 667
Odszkodowania Y_j		6 601 586	4 764 654	965 625	12 331 865
Wynik techniczny T_j		–151 586	35 346	101 042	–15 199

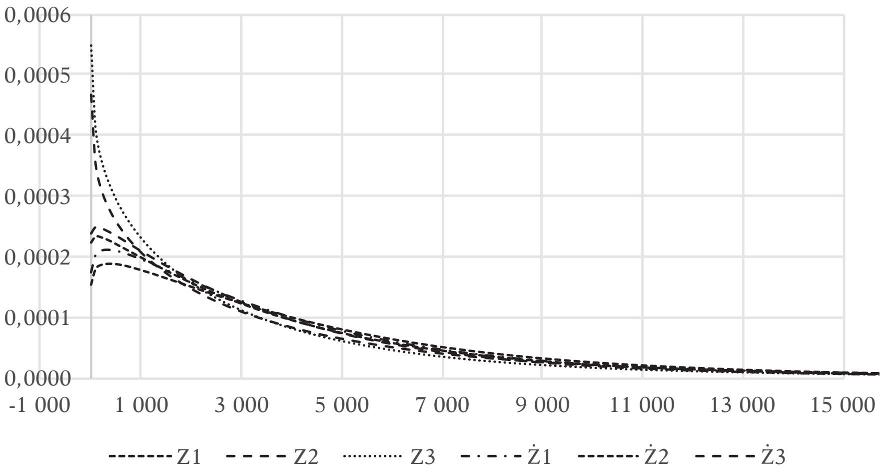
Źródło: opracowanie własne.

Odejście od rozliczenia szkód zgodnie z parametrami ich rozkładów powoduje, że rynek ubezpieczeń jako całość nie jest w równowadze. Pojawia się ujemny wynik równy 15 199, tj. ok. 0,12% składki czystej. Wprowadzenie warunku ograniczającego $\gamma_{ij} \geq 1$, oznaczającego, że zakład poszkodowanego będzie wypłacać odszkodowania co najmniej w takiej samej wysokości co zakład sprawcy, powoduje zwiększenie się ujemnego wyniku do poziomu 4,69% składki czystej. Warto zwrócić uwagę na to, że uległa zmianie pozycja poszczególnych zakładów. Zakłady osiągające wcześniej ujemny wynik techniczny (zakłady 2 i 3) w konsekwencji zaniżania odszkodowań uzyskały dodatnie wyniki. Strategia taka może być jednak dla nich niekorzystna wizerunkowo. Odmienna jest sytuacja zakładu 1, który miał dodatni wynik techniczny. Wprowadzenie zbyt dużej korekty wypłacanych odszkodowań spowodowało pojawienie się ujemnego wyniku technicznego. Korekta rzędu 15% wypłacanych odszkodowań $\gamma_{21} = \gamma_{31} = 1{,}15$ zapewnia zakładowi 1 osiąganie dodatniego wyniku technicznego. Oznacza to, że zakłady ubezpieczeń zyskujące na rozliczeniach w systemie BLS (osiągające dodatni wynik techniczny) mogą w pewnym zakresie zawyżać odszkodowania, przerzucając ciężar dodatkowych wypłat na pozostałe zakłady.

Występowanie różnic w standardach likwidacji szkód powoduje, że zakład *j*, rozliczając szkody obciążające zakład *i*, dokonuje transformacji wysokości szkody $\dot{Z}_{ij} = \gamma_{ij} Z_i$. Dla szkód $\dot{Z}_i$ obciążających zakład *i* likwidowanych przez inne zakłady rozkład wysokości szkody będzie skończoną mieszanką rozkładów o funkcji gęstości postaci[11]:

$$f_{\dot{Z}_i}(z) = \sum_{j=1}^{k} \frac{\alpha_j}{\gamma_{ij}} f_{Z_i}\left(\frac{z}{\gamma_{ij}}\right),\ i = 1,\dots,k.$$

Na rysunku 1 przedstawiono wykresy funkcji gęstości rozkładów zmiennych losowych Z_i, $\dot{Z}_i$, $i = 1,2,3$ z przykładu 1 i 4 przy wartościach współczynników korygujących określonych w tabeli 10.



Rysunek 1. Funkcje gęstości rozkładów szkód dla trzech hipotetycznych zakładów ubezpieczeń bez uwzględnienia oraz z uwzględnieniem współczynników korygujących

Źródło: opracowanie własne.

W analogiczny sposób można określić rozkłady szkód poszczególnych zakładów w przypadku wykorzystywania innych systemów BLS (z wieloma ryczałtami i górnym limitem dla szkód rozliczanych w ramach BLS).

[11] Łatwo zauważyć, że jeżeli zmienna losowa Z_i ma rozkład Weibulla o parametrach $\tau_i > 0, \theta_i > 0$, to zmienna losowa $\dot{Z}_{ij} = \gamma_{ij} Z_i$ o funkcji gęstości $\frac{1}{\gamma_{ij}} f_{Z_i}\left(\frac{z}{\gamma_{ij}}\right)$ ma rozkład Weibulla o parametrach $\tau_i > 0, \gamma_{ij}\theta_i > 0$.

5. Wyniki analiz

Powyższa analiza różnych wariantów systemu BLS prowadzi do interesujących wyników, wykraczających poza przyjęte hipotezy badawcze. W pierwszej kolejności zostaną omówione wyniki weryfikujące prawdziwość postawionych na początku tekstu tez.

Istotnie, wynik techniczny poszczególnych zakładów nie ulega zmianie po wprowadzeniu BLS jedynie przy założeniu rozliczeń po kosztach rzeczywistych. Jednocześnie wniosek ten jest prawdziwy tylko wtedy, gdy wycena szkód przebiega w sposób standardowy. W przeciwnym razie, jak pokazuje przykład 4, wynik techniczny poszczególnych zakładów również może ulec zmianie.

Ponadto, zgodnie z przykładem 2 i 3, rozliczenie szkód w systemie BLS według systemu ryczałtowego zmieni wynik techniczny poszczególnych zakładów niezależnie od liczby ryczałtów. Powodem są rozbieżności w parametrach rozkładów. Tylko w przypadku identycznych rozkładów częstości i wysokości szkód oraz standaryzacji procesu likwidacji wynik techniczny pozostałby na niezmienionym poziomie. W takim przypadku udział w rynku nie miałby wpływu na zmianę wyniku technicznego.

Przykład 4 pokazuje również, że różnice w standardach likwidacji szkód na rynku powodują – obok zmiany w wyniku technicznym poszczególnych zakładów wynikającej z rozliczeń ryczałtowych – również zmianę w kwocie wypłaconych odszkodowań przez cały rynek. Przy założeniu identycznych standardów likwidacji kwota ta byłaby niezmieniona.

Do oceny skutków wprowadzenia systemów BLS wykorzystajmy współczynnik rentowności składki określony jako stosunek wyniku technicznego do składki czystej. Składka czysta dla zakładu wypłacającego odszkodowania $j=1,\ldots,k$ jest równa

$$P_j = q_j E\left(Z_j\right),$$

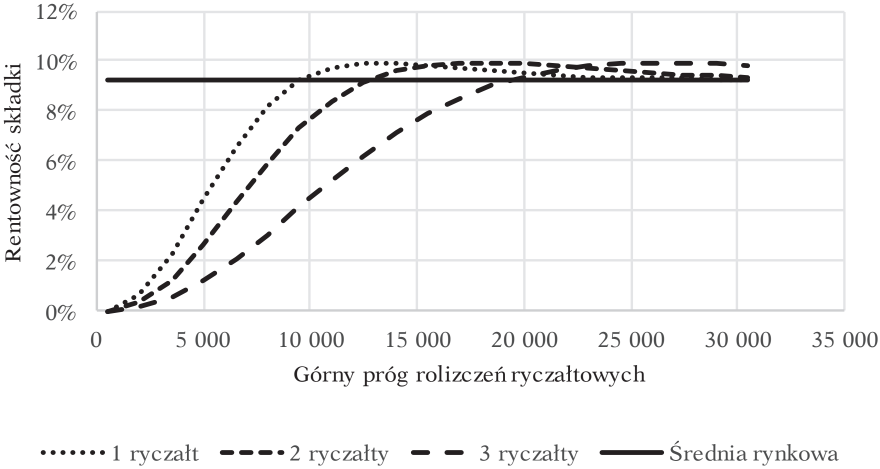
natomiast wynik techniczny określamy jako

$$T_j = P_j - Y_j.$$

Współczynnik rentowności składki jest więc równy

$$wt_j = \frac{T_j}{P_j} = \frac{P_j - Y_j}{P_j}.$$

Przy okazji analizy dostrzeżono wiele właściwości procesu rozliczeń w systemie BLS. Niektóre z nich zaprezentowano poniżej. Przede wszystkim wzrost górnego progu rozliczeń ryczałtowych powoduje, że wartość współczynnika rentowności składki zakładów dąży do poziomu tego współczynnika przy ryczałtowym rozliczeniu wszystkich szkód w wysokości średniej rynkowej. Rysunek 2 prezentuje tę zależność dla hipotetycznego zakładu.

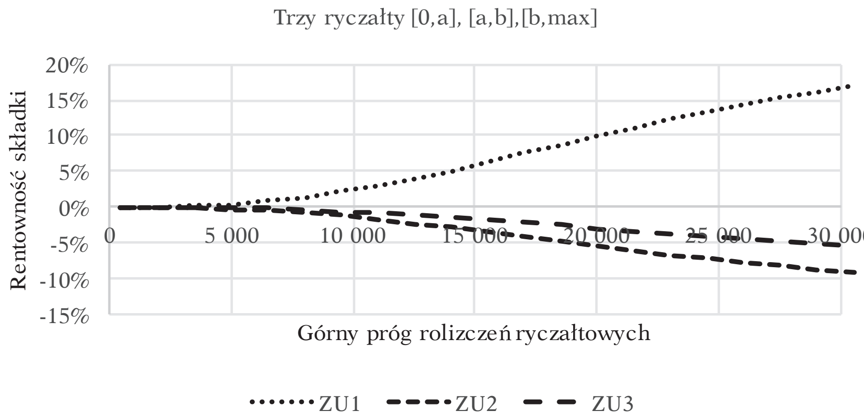


Rysunek 2. Rentowność składki dla jednego zakładu ubezpieczeń w zależności od liczby ryczałtów i górnego progu rozliczeń ryczałtowych

Źródło: opracowanie własne.

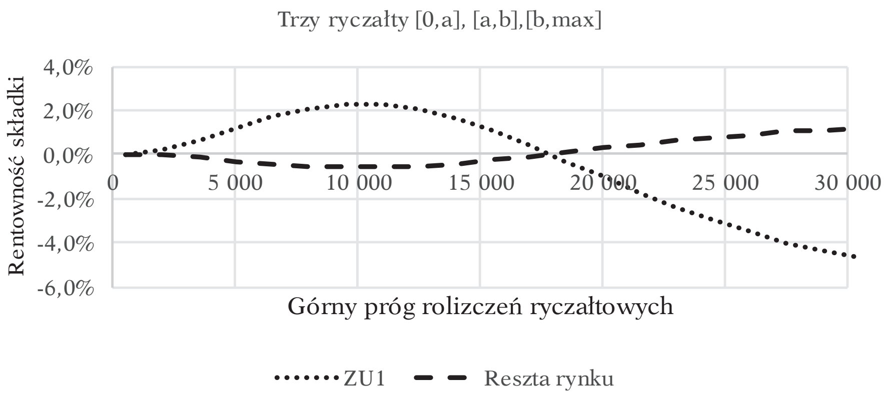
Jeżeli rozkład szkód charakteryzuje się cienkim ogonem $\tau \geq 1$, $\tau_j = const.$, $j = 1,\ldots,k$, to zmiana wartości współczynnika rentowności składki dla poszczególnych zakładów jest jednostajna i tym bardziej zróżnicowana, im wyższy jest próg rozliczeń ryczałtowych. Rysunek 3 prezentuje przykładowe zmiany wartości współczynnika rentowności składki dla następujących parametrów: $\tau_i = 1{,}1$; $\mathrm{E}(\mathrm{X}_1) = 4524$, $\mathrm{E}(\mathrm{X}_2) = 3143$, $\mathrm{E}(\mathrm{X}_3) = 3271$.

Co do zasady, gdy dany zakład ma średnią szkodę niższą od średniej szkody reszty rynku, wówczas wprowadzenie BLS spowoduje spadek rentowności składki. Może się pojawić niewielki wzrost rentowności składki, ale tylko przy założeniu, że parametr $\tau_1 > \tau_r$, tj. parametr kształtu rozkładu szkód dla tego zakładu τ_1 jest większy od parametru kształtu rozkładu szkód reszty rynku τ_r. Wzrost ten pojawia się wówczas tylko do pewnego poziomu rozliczeń ryczałtowych. Rysunek 4 prezentuje zmianę wartości rentowności składki (przy parametrach rozkładów $\tau_1 = 1{,}26$, $\tau_r = 1{,}1$, $E\left(X_1\right) = 2914$, $E\left(X_r\right) = 3143$) w zależności od zmiany górnego progu ryczałtowego z punktu widzenia zakładu ZU1, dla którego w kontekście rentowności składki istotny jest łączny rozkład szkód pozostałych zakładów ubezpieczeń (reszty rynku). Na rysunku 5 przedstawiono analogiczny wykres rentowności składki dla parametrów $\tau_1 = 1{,}06$, $\tau_r = 1{,}1$, $E(X_1) = 2948$, $E(X_r) = 3143$.



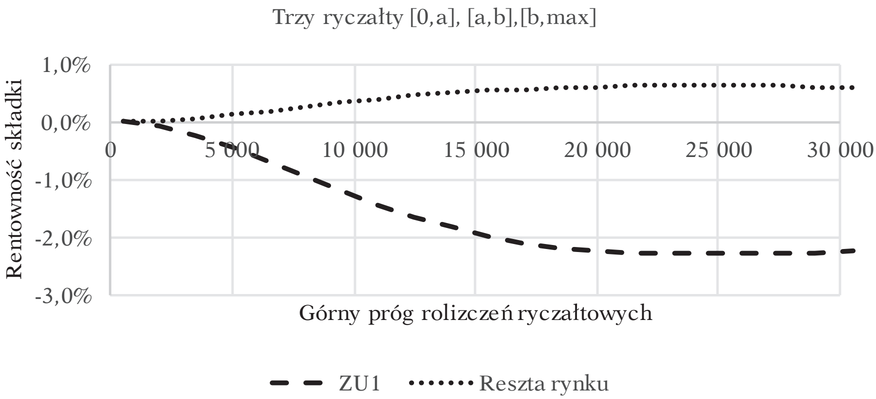
Rysunek 3. Rentowność składki w zależności od górnego progu rozliczeń ryczałtowych (max) poszczególnych zakładów o identycznym parametrze $\tau \geq 1$

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 4. Rentowność składki w zależności od górnego progu rozliczeń ryczałtowych (max) zakładu ZU1, którego średnia szkoda jest niższa od średniej szkody reszty rynku, a parametr kształtu jest większy, na tle reszty rynku

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 5. Rentowność składki w zależności od górnego progu rozliczeń ryczałtowych (max) zakładu ZU1, którego średnia szkoda i parametr kształtu są niższe od tych parametrów dla reszty rynku, na tle reszty rynku

Źródło: opracowanie własne.

6. Podsumowanie

W powyższej analizie zostały poddane weryfikacji hipotezy badawcze o wpływie wybranych modeli rozliczeń w BLS między zakładami ubezpieczeń sprawców i zakładami ubezpieczeń poszkodowanych. Jak się okazuje, wprowadzenie rozliczenia ryczałtowego, które niweluje negatywne konsekwencje rozliczeń po kosztach rzeczywistych (skłonność do zawyżania wartości odszkodowań), w każdym przypadku prowadzi do zmiany wyniku technicznego zakładu ubezpieczeń, który przystąpił do BLS. Uwzględnienie dodatkowo bardzo realistycznego założenia o różnicach w standardach wyceny szkód między zakładami prowadzi do wniosku, że zmianie ulegnie również wynik techniczny dla całego rynku. W konsekwencji zakłady ubezpieczeń, które przystępują do wielostronnego porozumienia o BLS, powinny uwzględniać w procesie wyceny nie tylko indywidualne ryzyko spowodowania szkody przez ubezpieczonego, ale również specyfikę pozostałych zakładów ubezpieczeń, które przystąpiły do porozumienia. Zakłada to zatem uwzględnienie wielu dodatkowych parametrów o charakterze makroekonomicznym w procesie wyceny umowy ubezpieczenia.

Dzięki dostępowi do rzeczywistych danych dotyczących szkód z umów ubezpieczenia OC p.p.m. autorzy mieli możliwość potwierdzenia poprawności przeprowadzonej analizy teoretycznej. W toku prac nad artykułem został stworzony system, który umożliwia zarówno przeprowadzenie analizy symulacyjnej na podstawie danych rzeczywistych, jak i symulację wyniku technicznego poszczególnych hipotetycznych zakładów dla dowolnie podanych parametrów rozkładu szkód, liczby zakładów ubezpieczeń i ich udziału w rynku.

Przedstawione w pracy podejście nie daje możliwości operowania rozkładami wyników technicznych i w konsekwencji rozkładami wartości współczynników rentowności składki oraz zakłada jednookresowy horyzont analizy. Usunięcie tych stwierdzonych ograniczeń może stanowić kierunek dalszych badań nad systemami BLS.

Bibliografia

Embrechts P., Klüppelberg C., Mikosch T., *Modelling extremal events for insurance and finance*, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg 2001.

Hogg R., Klugman S., *Loss distributions*, J. Wiley & Sons Inc., New York 1984.

Klugman S.A., Panjer H.H., Willmot G.E., *Loss Models. From Data to Decisions*, J. Wiley & Sons Inc., New York 1998.

Monkiewicz M., *Bezpośrednia likwidacja szkód z tytułu OC posiadaczy pojazdów mechanicznych. Doświadczenia krajów europejskich*, „Wiadomości Ubezpieczeniowe" 2009, nr 2, s. 153–167.

Projekt koncepcji systemu bezpośredniej likwidacji szkód w Polsce, BCG, PIU, 12 marca 2014 r.

* * *

Clearing systems in Direct Claim Settlement

Summary

Direct Claim Settlement (DCS) is a process of settling claims in which a claimant may choose between reporting damages to the perpetrator's insurer or to their own insurer. DCS is organised within one group of insurance. There are different models determining the scope of damages covered by DCS, rules and methods of clearing accounts between the insurers. One of the most essential elements of each and every model are rules of determining the value of claim recourse between the perpetrator's insurer and the claimant's insurer.

In the article, the authors focus on the rules of clearing accounts between the insurers in the MTPL insurance market. In particular, the authors analyse the consequences of adapting different clearing systems, especially real or lump sum cost, and their financial impact on hypothetical insurers, the whole market, and finally on the risk assessment performed by every single insurer. Last but not least, the criteria enabling a comparison and evaluation of different clearing systems are defined.

Keywords: Direct Claim Settlement (DCS), clearing, real cost, lump sum cost, technical outcome