

ŁUKASZ SKROK

Kolegium Gospodarki Światowej  
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

## Liczba widzów na meczach polskiej ekstraklasy piłki nożnej – metoda szacowania poziomu sportowego drużyn<sup>1</sup>

### Streszczenie

Celem badania jest analiza determinant popytu na mecze polskiej ekstraklasy piłki nożnej, mierzonego liczbą widzów na stadionach w sezonie 2011/2012. Zaletą wykorzystanego zbioru danych jest niewielka liczba spotkań, w których liczba widzów była równa maksymalnej pojemności stadionu, co jest rzadkością przy analizach najwyższych klas rozgrywkowych. Szczególnie ważne jest pytanie o wpływ jakości drużyny przeciwnej – jeżeli jest on istotny, to na rynku tym występują efekty zewnętrzne, a zatem i nieefektywność. Jakość drużyn została oszacowana za pomocą uporządkowanego modelu probitowego, w literaturze przedmiotu wykorzystywanego do prognozowania rezultatów spotkań. Jako kolejny krok przeprowadzono estymację wewnątrzgrupową – konieczną do odseparowania nieobserwowalnego zróżnicowania wielkości rynków, na których działają poszczególne kluby. Rezultaty analizy wskazują, że jakość drużyny gości wpływa istotnie i pozytywnie na liczbę widzów na stadionie. W ramach analizy pokazano także, że wykorzystanie wielomianu prawdopodobieństwa zwycięstwa gospodarzy nie dostarczyłoby rezultatów spójnych z hipotezą, zgodnie z którą jak największe zrównoważenie sił obydwu współzawodniczących drużyn sprzyja zainteresowaniu kibiców (jest to tzw. hipoteza niepewności wyniku, powszechnie przyjmowana w literaturze ekonomii sportu i testowana za pomocą wspomnianego wielomianu). Uzyskany rezultat (brak istotności) był otrzymywany

---

<sup>1</sup> Autor chciałby podziękować Jakubowi Growcowi, pracownikom i współpracownikom Katedry Ekonomii II Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, rozmówcom z sesji posterowej zorganizowanej podczas konferencji „Modelowanie danych panelowych: teoria i praktyka” w 2013 r. oraz dwóm anonimowym recenzentom za niezwykle cenne uwagi przekazywane na kolejnych etapach pracy nad analizą przedstawioną w niniejszym artykule i samym artykułem.

w licznych badaniach prezentowanych w literaturze. Jak można jednak wykazać, wykorzystanie miar jakości drużyn jako zmiennych objaśniających może być uznane za tożsamy z uwzględnieniem wielomianu prawdopodobieństwa. Pokazuje to, że z jednej strony stosowana w literaturze empirycznej strategia testowania za pomocą wielomianu jest wadliwa, a z drugiej – że utrudnia to interpretację rezultatów.

**Słowa kluczowe:** liczba widzów na meczach piłkarskich, piłka nożna, hipoteza niepewności wyniku, polska ekstraklasa

## 1. Wstęp

Artykuł stanowi wkład w badania determinant liczby widzów na stadionach podczas meczów piłki nożnej<sup>2</sup>. W większości z istniejących już prac za centralny problem uznaje się weryfikację hipotezy niepewności wyniku, zgodnie z którą największym zainteresowaniem powinny się cieszyć spotkania możliwie zrównoważone. Ma ona fundamentalne znaczenie teoretyczne – jest propozycją swoistej teorii ekonomii sportu – i normatywne – stanowi uzasadnienie dla interwencji na poziomie ligi ograniczającej swobodę decyzji klubów i mającej prowadzić do zmniejszania nierówności sił pomiędzy klubami. Proponowany w literaturze przedmiotu test empiryczny polega na poszukiwaniu kwadratowej zależności między prawdopodobieństwem zwycięstwa gospodarzy a liczbą widzów, gdy maksymalne zainteresowanie osiągnęte jest dla prawdopodobieństwa równego 0,5<sup>3</sup>. Jak pokazują Coates i in.<sup>4</sup>, rezultaty analiz przedstawianych w literaturze przedmiotu są zróżnicowane – uzyskuje się zarówno rezultaty zgodne lub sprzeczne z hipotezą niepewności wyniku, jak i rezultaty niekonkluzywne. Możliwym wytłumaczeniem jest to, że rozkład prawdopodobieństwa poszczególnych rezultatów jest silnie związany z poziomem współzawodniczących drużyn, a w ramach analizy empirycznej nie można odróżnić wpływu obydwu tych

---

<sup>2</sup> Ponieważ dogłębne odnośnienie się do literatury przedmiotu w tym zakresie nie jest jego celem, zainteresowany czytelnik powinien sięgnąć do szerokiego przeglądu zawartego w pracy: D. Coates, B. Humphreys, L. Zhou, *Outcome Uncertainty, Reference-Dependent Preferences and Live Game Attendance*, Working Papers 2012–7. Informacje na ten temat można znaleźć także w pracy: S. Dobson, J. Goddard, *The Economics of Football*, Cambridge University Press, Cambridge 2011.

<sup>3</sup> Względnie, maksimum zainteresowania osiągnęte jest dla prawdopodobieństwa nieco większego niż 0,5, co ma na celu uwzględnienie chęci oglądania przez kibiców zwycięstw ulubionej drużyny.

<sup>4</sup> D. Coates, B. Humphreys, L. Zhou, op.cit.

czynników<sup>5</sup>. Wynika z tego także niska użyteczność testu hipotezy niepewności wyniku opartego na analizach liczby widzów poszczególnych spotkań. Dlatego też w tym artykule prawdopodobieństwo zwycięstwa gospodarzy i poziom sportowy<sup>6</sup> współzawodniczących drużyn są analizowane łącznie. Podstawowym celem empirycznym analizy jest natomiast analiza wpływu siły drużyny gości – jeżeli jest on istotny, to występuje efekt zewnętrzny polegający na tym, że poziom sportowy każdej drużyny wpływa na przychody osiągane przez wszystkie kluby. W efekcie poziom sportowy całej ligi jest niższy od optymalnego. Prawdziwość hipotezy niepewności wyniku nie jest zatem jedynym możliwym argumentem za ingerencją w decyzje klubów.

Celem dodatkowym artykułu jest zilustrowanie kolejnego problemu testu hipotezy niepewności wyniku opartego na funkcji prawdopodobieństw rezultatów spotkań. Prawdopodobieństwa te same są oszacowaniami, co powinno być uwzględnione przy ocenie błędów oszacowań współczynników regresji w modelu objaśniającym liczbę widzów na stadionie.

Do zrealizowania postawionych celów w pracy zaproponowano metodę dwukrokową. Poziom sportowy drużyn został oszacowany za pomocą uporządkowanego modelu probitowego, w literaturze przedmiotu wykorzystywanego do prognozowania rezultatów spotkań. Jako kolejny krok przeprowadzono estymację wewnątrzgrupową – konieczną do odseparowania nieobserwowalnego zróżnicowania wielkości rynków, na których działają poszczególne kluby. Realizacja obydwu etapów w ramach jednej analizy pozwala na uwzględnienie pierwszego z nich przy wyznaczaniu błędów oszacowań współczynników modelu końcowego.

W drugim paragrafie zostanie przedstawiony sposób szacowania poziomu sportowego drużyn i prawdopodobieństw rezultatów. W kolejnej części zostaną opisane procedura ekonometryczna oraz dane. Następnie zostaną przedstawione rezultaty końcowe, czyli ocena wpływu siły drużyny gości na zainteresowanie meczami, a także najciekawsze rezultaty pośrednie.

---

<sup>5</sup> Szerzej zob.: Ł. Skrok, *Niepewność czy jakość? O pułapkach empirycznych analiz popytu widzów na mecze sportów zespołowych*, w: *Ekonomia. Finanse. Zarządzanie*, red. K. Poznańska, K. Kraj, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2013, s. 125–145. Niniejszy artykuł stanowi rozwinięcie tematu omawianego w przywołanym artykule, w którym w szczególności nie została zaproponowana metoda szacowania prawdopodobieństw rezultatów spotkań i poziomu sportowego drużyn oparta na uporządkowanym modelu probitowym. W mniej rozwiniętej formie wątpliwości co do testowania hipotezy niepewności wyniku wyrazili też Pawłowski i Anders: T. Pawłowski, C. Anders, *Stadium attendance in German professional football. The (un) importance of uncertainty of outcome reconsidered*, „Applied Economics Letters” 2012, vol. 19, s. 1553–1556.

<sup>6</sup> Względnie – „siła”. W anglojęzycznej literaturze przedmiotu używa się pojęcia talentu.

## 2. Ocena poziomu sportowego i prawdopodobieństw rezultatów

Przy analizie zależności między zainteresowaniem widowiskami sportowymi a prawdopodobieństwem poszczególnych rezultatów i siłami współzawodniczących drużyn konieczne jest rozwiązanie problemu związanego z naturą zmiennych objaśniających – są one bowiem nieobserwowalne. Zaobserwować można jedynie rezultat rywalizacji sportowej, czyli realizację zdarzenia losowego opisywanego przez prawdopodobieństwo, którego rozkład zależy od poziomu współzawodniczących drużyn. Wykorzystywane w literaturze przedmiotu sposoby rozwiązania problemu można podzielić na dwa rodzaje. Pierwszy można nazwać „rynkowym” – opiera się bowiem na przewidywaniach rynku zakładów sportowych. Drugą z metod można określić mianem „technicznej” – polega ona na wyliczeniach opartych na zaobserwowanych rezultatach spotkań. Rascher i Solmes<sup>7</sup> pokazują, że przy założeniu nieskończonej liczby drużyn prawdopodobieństwo zwycięstwa gospodarzy w poszczególnych spotkaniach jest względnie prostą funkcją odsetków zwycięstw współzawodniczących w danym meczu drużyn w przebiegu całego sezonu. Analogicznie jest w przypadku poziomu sportowego, dla którego „rynkową” miarą może być suma wynagrodzeń zawodników i trenerów<sup>8</sup> albo liczba reprezentantów krajów występujących w analizowanej drużynie<sup>9</sup>. Borghans i Groot<sup>10</sup> oszacowali natomiast siły drużyn Premiership na podstawie odsetków zwycięstw w ciągu całego sezonu. Ich celem było jednak zbadanie równowagi sił w lidze, nie analiza determinant liczby widzów.

W niniejszej pracy została zaproponowana metoda odwrotna do zaproponowanej przez Raschera i Solmesa<sup>11</sup>, wykorzystująca uporządkowany model probitowy do wyznaczenia prawdopodobieństw oraz zależność między siłami

---

<sup>7</sup> D.A. Rascher, J.P.G. Solmes, *Do Fans Want Close Contests? A Test of the Uncertainty of Outcome Hypothesis in the National Basketball Association*, „International Journal of Sports Finance” 2007, vol. 2, s. 131–141.

<sup>8</sup> Np. B. Buraimo, R. Simmons, *Do Sport Fans Really Value Uncertainty of Outcome? Evidence from the English Premier League*, „International Journal of Sports Finance” 2008, vol. 3, s. 146–155.

<sup>9</sup> Np. P.D. Owen, C.R. Weatherston, *Uncertainty of outcome and Super 12 Rugby Union attendance*, „Journal of Sports Economics” 2004, vol. 5, s. 347–370.

<sup>10</sup> L. Borghans, L. Groot, *Competitive Balance Based on Team Quality*, w: *Economics, Uncertainty and European Football*, red. L. Groot, Edward Elgar, Cheltenham 2008, s. 97–116.

<sup>11</sup> D.A. Rascher, J.P.G. Solmes, op.cit.

drużyn a prawdopodobieństwami rezultatu, wyprowadzona z typowego dla literatury ekonomii sportu<sup>12</sup> równania:

$$w_{i,j} = \frac{t_i}{t_i + t_j}, \quad (1)$$

gdzie  $w_{i,j}$  jest oczekiwanym odsetkiem zwycięstw drużyny  $i$  w spotkaniach z drużyną  $j$  (czyli prawdopodobieństwem zwycięstwa drużyny  $i$ ), a  $t_i$  i  $t_j$  są zmiennymi opisującymi siłę drużyn  $i$  i  $j$ .

W sytuacji możliwości nierozstrzygnięcia rywalizacji (czyli zakończenia meczu remisem) powstaje konieczność wprowadzenia modyfikacji – równanie (1), po zamianie indeksów  $i$  oraz  $j$ , pozwala na występowanie tylko dwóch rezultatów spotkań. Na potrzeby niniejszej pracy zdefiniowano „prawdopodobieństwo sukcesu”, przez które należy rozumieć sumę prawdopodobieństwa odniesienia zwycięstwa przez daną drużynę i połowę prawdopodobieństwa remisu<sup>13</sup>.

Wychodząc od równania (1), można zapisać relację przewidywanych odsetków zwycięstw drużyny  $i$  oraz  $j$  w spotkaniach rozgrywanych między sobą jako iloraz poziomu sportowego obydwu drużyn:

$$\frac{w_{j,i}}{w_{i,j}} = \frac{t_j}{t_i}. \quad (2)$$

Poprzez sumowanie równania (2) dla drużyny  $i$  po wszystkich rywalach  $j$  można otrzymać równanie:

$$\sum_{j \neq i}^n \frac{t_j}{t_i} + 1 = \sum_{j \neq i}^n \frac{w_{j,i}}{w_{i,j}} + 1, \quad (3)$$

co pozwala na wyznaczenie siły każdej drużyny jako funkcji oczekiwanej liczby sukcesów we wszystkich spotkaniach rozgrywanych w ciągu sezonu<sup>14</sup>:

<sup>12</sup> S. Dobson, J. Goddard, *The Economics of Football...*, op.cit.

<sup>13</sup> Możliwe jest zmodyfikowanie równania (1) w inny sposób, pozwalający na dopuszczenie trzeciego możliwego rezultatu spotkania – remisu. Wymagałoby to jednak przyjęcia dodatkowych arbitralnych założeń odnośnie do postaci funkcyjnej.

<sup>14</sup> Przedstawiona metoda posiada wspólne cechy z metodą zaproponowaną i wykorzystaną przez Borghansa i Groota (L. Borghans, L. Groot, op.cit.). Równanie (4) opiera się jednak na prawdopodobieństwach wszystkich rozegranych spotkań, nie odsetkach zwycięstw w ciągu całego sezonu (jak u Borghansa i Groota). Tym samym możliwe jest wykorzystanie hipotetycznych prawdopodobieństw, odpowiadających brakowi wpływu istotnych czynników niewynikających z sił drużyn (np. długiej podróży drużyny gości, zmniejszającej jej szanse na wygraną). W przypadku metody Borghansa i Groota przyjmowane jest założenie, zgodnie z którym odsetek zwycięstw zależy wyłącznie od sił drużyn.

$$t_i = \frac{T}{\sum_{j \neq i}^n \frac{w_{j,i}}{w_{i,j}} + 1}, \quad (4)$$

gdzie  $T$  to współczynnik skalujący<sup>15</sup>.

Warto przy tym zauważyć, że przy wyznaczaniu sił drużyn przyjęto założenie o ich niezmienności w analizowanym okresie. Im dłuższy będzie okres objęty analizą, tym mocniejsze będzie przyjęte założenie. Tym samym, o ile liczba obserwacji będzie wystarczająca, optymalny wydaje się wybór najkrótszego okresu, w którym rozgrywany jest pełen cykl spotkań – każda para z rywalizujących drużyn rozgrywa ze sobą po dwa mecze. Naturalnym okresem analizy dla większości rozgrywek ligowych jest zatem jeden sezon. W tym kontekście założenie o niezmiennym poziomie drużyn znajduje uzasadnienie w instytucjonalnej charakterystyce rynku. Transfery zawodników pomiędzy drużynami mogą się odbywać bowiem tylko w odgórnie określonych terminach. W europejskich rozgrywkach piłki nożnej są to, co do zasady, lipiec, sierpień i styczeń. Większość rozgrywek ligowych rozpoczyna się w lipcu lub sierpniu, kończy zaś w maju lub czerwcu. Pobieżna obserwacja wskazuje, że skład drużyn modyfikowany jest przede wszystkim w okresie przed rozpoczęciem nowego sezonu. W trakcie sezonu kluby dokonują natomiast zmian, które tylko incydentalnie nie mają marginalnego znaczenia.

W celu oszacowania poziomu sportowego drużyn potrzebne są zatem prawdopodobieństwa rezultatów poszczególnych spotkań. W literaturze ekonomii piłki nożnej do prognozowania rezultatów spotkań są wykorzystywane dwa typy modeli. Pierwszą grupę stanowią metody prognozowania opierające się albo na dwóch niezależnych rozkładach Poissona, albo na dwuwymiarowym rozkładzie Poissona. Dla obydwu drużyn jest wyznaczana przewidywana liczba goli zdobytych przez każdą z drużyn. Drugą grupę stanowią metody prognozowania ostatecznego rezultatu – zwycięstwa jednego z rywali, względnie remisu. W tym celu wykorzystuje się uporządkowane modele probitowe<sup>16</sup>.

<sup>15</sup> Gdyby prawdopodobieństwo rezultatu spotkania zależało wyłącznie od stałego poziomu sportowego każdej z drużyn – zgodnie z równaniem (1) – to suma sił wszystkich drużyn byłaby równa  $T$  (albo gdyby możliwe było uzyskanie pełnej i niezaburzonej informacji o prawdopodobieństwie zależącym wyłącznie od sił drużyn). Ponieważ w praktyce jest to niemożliwe, to suma oszacowanych sił będzie zbliżona do przyjętej wartości  $T$ . W przypadku analizy przedstawionej w dalszej części artykułu jest to 86,5%.

<sup>16</sup> Podstawowym założeniem, które musi być spełnione w przypadku danych analizowanych za pomocą modeli uporządkowanych, jest możliwość pomiaru zmiennej objaśnianej na skali porządkowej. Mówiąc inaczej: przejście ze stanu pierwszego do stanu trzeciego

Mimo że podstawowym przeznaczeniem modelu jest sporządzenie prognozy, czyli wyznaczenie przewidywania co do rezultatu, pozwala on również na wyznaczenie prawdopodobieństw rezultatów spotkań już rozegranych. Oszacowania prawdopodobieństw do analizy wieloletnich trendów dotyczących równowagi sił w Pucharze Anglii zostały użyte przez Dobsona i Goddarda<sup>17</sup>. Autorzy ci<sup>18</sup> dokonali porównania skuteczności prognostycznej obydwu klas modeli oraz stawek brytyjskich zakładów bukmacherskich. W tym celu wykorzystali miarę pseudo  $R^2$ , czyli średnią geometryczną prognozowanych prawdopodobieństw odpowiadających faktycznie zaobserwowanym rezultatom. Zgodnie z ich obserwacjami, uporządkowane modele probitowe cechują się nieznacznie większą skutecznością od metod opierających się na liczbie zdobywanych goli. Również ocena przewidywań bukmacherów kształtuje się na zbliżonym poziomie – wartość pseudo  $R^2$  kształtuje się na poziomie 0,34–0,38.

### 3. Wykorzystane procedura ekonometryczna i dane

Analizie został poddany sezon 2011/2012 polskiej ekstraklasy. Wartość poznawcza polskiej ligi wynika z ostatnich zmian, polegających na budowaniu nowych lub przebudowywaniu dotychczas funkcjonujących stadionów przy jednoczesnym zwiększaniu ich pojemności. W związku z tym w zdecydowanej większości przypadków mecze nie były „wyprzedawane”. W innym przypadku (typowym dla najsilniejszych lig europejskich) konieczne jest stosowanie modeli regresji uciętej albo analiza jest wręcz niemożliwa, ponieważ liczba widzów na stadionach jest równa lub prawie równa maksymalnej ich pojemności. Sezon 2011/2012 charakteryzuje się przy tym wysoką wartością informacyjną<sup>19</sup>.

W polskiej ekstraklasie współzawodniczy 16 drużyn, każda z nich rozgrywa 15 spotkań w roli gospodarza (jednokrotnie z każdym z przeciwników). Łącznie

---

następuje poprzez stan drugi. W przypadku rezultatów spotkań remis stanowi stan pośredni pomiędzy zwycięstwami dwóch rywali, wykorzystanie modelu uporządkowanego jest zatem uzasadnione.

<sup>17</sup> S. Dobson, J. Goddard, *Revenue Divergence And Competitive Balance In A Divisional Sports League*, „Scottish Journal of Political Economy” 2004, vol. 51, no. 3, s. 359–376.

<sup>18</sup> S. Dobson, J. Goddard, *The Economics of Football...*, op.cit.

<sup>19</sup> Dla przykładu, o ile w przypadku sezonu 2011/2012 wyprzedanych było 17 spotkań (rozgrywanych na stadionach czterech klubów), o tyle w sezonie 2010/2011 było to 31 spotkań (rozgrywanych na stadionach dziewięciu klubów) – łącznie z meczami rozgrywanymi bez udziału publiczności.

daje to 240 spotkań. Na drugim etapie analizy z próby usunięto jednak 23 spotkania – 15 rozgrywanych na stadionie Górnika Zabrze, jedno rozgrywane przez Ruch Chorzów oraz siedem spotkań rozgrywanych przez Śląsk Wrocław na opuszczonym w trakcie sezonu 2011/2012 stadionie przy ul. Oporowskiej (o ponad 5-krotnie mniejszej pojemności od nowego Stadionu Miejskiego). W pierwszych dwóch przypadkach liczba widzów była ograniczona czynnikami zewnętrznymi (remontem stadionu lub brakiem zgody na organizację imprezy masowej), a w przypadku drużyny wrocławskiej usunięcie obserwacji było motywowane kwestią techniczną<sup>20</sup>. Spośród pozostałych 217 spotkań ligowych tylko w trzech została wykorzystana maksymalna pojemność stadionu. Dlatego też zrezygnowano ze stosowania metod estymacji właściwych dla prób uciętych.

Procedura ekonometryczna składa się z dwóch głównych etapów i dodatkowych obliczeń przeprowadzanych pomiędzy nimi. Mianowicie:

- krok 1: oszacowano uporządkowany model probitowy;
- krok 1b: na podstawie modelu z kroku 1 oszacowano wartości teoretyczne prawdopodobieństw rezultatów spotkań (czyli prawdopodobieństw zwycięstwa i porażki gospodarzy oraz remisu), także w wersji nieuwzględniającej wpływu zmiennych niezależnych wprost od poziomu sportowego, jak np. różnicy w czasie odpoczynku przed spotkaniem obydwu drużyn;
- krok 1c: zgodnie ze wzorem (4) oszacowano poziom drużyn na podstawie zmodyfikowanych wartości teoretycznych prawdopodobieństw;
- krok 2: wykorzystując rezultaty z kroków 1b i 1c, oszacowano model wyjaśniający liczbę widzów na spotkaniach polskiej ekstraklasy.

W kroku 2 wykorzystano estymator wewnątrzgrupowy (FE). Z tego powodu niemożliwe jest oszacowanie wpływu siły drużyny gospodarzy na zainteresowanie spotkaniem<sup>21</sup>. Zabieg ten jest niezbędny z uwagi na kolejną nieobserwowalną zmienną, silnie wpływającą na liczbę widzów, czyli na wielkość lokalnego rynku. Niemożność wykorzystania zmiennej opisującej poziom drużyny gospodarzy nie jest jednak problemem w kontekście celów niniejszego artykułu.

W uporządkowanym modelu probitowym zostały wykorzystane typowe dla literatury przedmiotu zmienne opisujące rezultaty poprzednich spotkań

<sup>20</sup> Mianowicie, z uwagi na niezbędną przy pozostawieniu wszystkich spotkań domowych Śląska Wrocław zmienną binarną poprawne byłyby tylko powtórzenia próbkowania, w których wylosowana byłaby drużyna Śląska.

<sup>21</sup> Z uwagi na szereg innych, nieobserwowalnych czynników (przede wszystkim określających potencjał rynkowy wszystkich klubów), które powinny być silnie skorelowane zarówno z liczbą widzów na meczach domowych danego klubu, jak i z poziomem sportowym danej drużyny, zrezygnowano natomiast z wykorzystania modelu z efektami losowymi (RE).



i liczby zdobywanych bramek przez współzawodniczące drużyny, uczestnictwo w innych rozgrywkach (szczególnie kontynentalnych) czy zmienne opisujące różnicę w dniach odpoczynku pomiędzy kolejnymi spotkaniami. Ponadto, jako zmienne objaśniające wykorzystano w modelu zmienne binarne opisujące gospodarzy i gości.

Na ostatnim etapie procedury został oszacowany następujący model:

$$\ln \text{PUBL}_{i,j} = \alpha_i \beta_1 w_{i,j} + \beta_2 w_{i,j}^2 + \beta_3 t_j + \beta_4 \text{GOLE3}_i + \beta_5 \text{GOLE3}_j + \theta \mathbf{f}(\mathbf{X}_{i,j}) + \varepsilon_{i,j}, \quad (5)$$

gdzie  $\ln \text{PUBL}_{i,j}$  (zmienna objaśniana) to logarytm liczby kibiców na meczu, w którym drużyna  $i$  pełni rolę gospodarza, a drużyna  $j$  – gościa.  $\text{GOLE3}_i$  jest przeciętną liczbą zdobywanych bramek w trzech poprzednich meczach – domowych, jeżeli drużyna  $i$  pełni w danym meczu rolę gospodarza, albo wyjazdowych, jeżeli pełni rolę gościa. Macierz  $\mathbf{X}_{i,j}$  zawiera kolejno opisane zmienne. Ze względu na analizę efektów zewnętrznych kluczowe są współczynniki  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  (współczynniki wielomianu przy prawdopodobieństwach sukcesu gospodarzy, malejących wraz ze wzrostem relatywnej siły drużyny gości),  $\beta_3$  (współczynnik przy oszacowanej sile drużyny gości) i  $\beta_5$  (krótkoterminowa forma i atrakcyjność gry drużyny gości).

Powszechną praktyką klubów sportowych jest ustalanie stałego poziomu cen (w podziale na kilka kategorii) na cały sezon. W przypadku najciekawszych spotkań – meczów derbowych oraz spotkań z najsilniejszymi drużynami (Lechem, Legią, Śląskiem i Wisłą) – ustalane są wyższe ceny. Spotkania z wyższymi cenami biletów oznaczono zmienną  $\text{CENA\_WYZSZA}$ . Z uwagi na ustalanie całosezonowych cenników wykorzystanie estymatora wewnątrzgrupowego pozwala na uniknięcie problemu obciążenia oszacowań, które mogłyby wynikać z pominięcia cen biletów w modelu regresji. Wykorzystano również zmienną opisującą czas podróży z miasta, w którym znajduje się siedziba drużyny gości (zmienna  $\ln \text{CZAS}$  – czas w godzinach przedstawiony w skali logarytmicznej). Zmienna ta odzwierciedla uciążliwość dojazdu na stadion drużyny gospodarzy, a także informuje o ewentualnej lokalnej rywalizacji między klubami. Zbliżony charakter ma zmienna opisująca odległość rozgrywania spotkania od siedziby drużyny gospodarzy – taka sytuacja miała miejsce w czterech przypadkach (zmienna  $\text{ODLEGLOSC}$ , mierzona w kilometrach). Wykorzystano również zmienne binarne opisujące obniżenie cen (Lech Poznań i Wisła Kraków w rundzie wiosennej, pojedyncze spotkania w przypadku innych klubów w ramach promocji – zmienna  $\text{NIZSZECENY}$ ). Wszystkie rozgrywane spotkania były transmitowane. Niektóre jednak (rozgrywane o określonych porach w określonych dniach) były

transmitowane przez więcej niż jedną stację – w tym niekodowaną (zmienna NTV). Ostatnią grupą zmiennych kontrolnych jest dzień rozgrywania spotkania – NIEDZIELA i TYDZIEN (czyli dzień poza weekendem).

Dane o liczbie kibiców pochodzą z portalu ekstraklasa.wp.pl, zaś dane o rezultatach spotkań z portalu www.90minut.pl. Dane o czasie dojazdu (odległości) są najkrótszymi możliwymi czasami dojazdu samochodem (najmniejszymi odległościami drogowymi) od stadionu gości do stadionu gospodarzy (między siedzibą gospodarzy a miejscem rozegrania spotkania) zgodnie z portalem Mapy Google.

**Tabela 1. Statystyki opisowe dla wybranych zmiennych**

Zmienna	Średnia	Odchylenie standardowe	Minimum	Maksimum
Liczba widzów – PUBL	8 680	7 417	199	42 000
GOLE <sub>3</sub>	0,96	0,67	0	5

Źródło: opracowanie własne.

Z uwagi na pomocnicze znaczenie większości zmiennych (poza wybranymi, istotnymi dla interpretacji końcowych rezultatów modelu) została pominięta większość statystyk opisowych zmiennych. Informacje o zmiennych wykorzystanych w regresji liczebności widowni są dostępne w artykule *Niepewność czy jakość? O pułapkach empirycznych analiz popytu widzów na mecze sportów zespołowych*<sup>22</sup>, w którym konstrukcja modelu była zbliżona<sup>23</sup>.

## 4. Wyniki

Tabela 2 przedstawia rezultaty oszacowania modelu prognostycznego<sup>24</sup>. Test proporcjonalnych szans nie dał podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o równości współczynników regresji przy poszczególnych poziomach zmiennej objaśnianej (czyli o równoległości regresji, będącej podstawowym założeniem uporządkowanego modelu probitowego). Na podstawie testu ilorazu wiarygodności

<sup>22</sup> Ł. Skrok, op.cit.

<sup>23</sup> Wyjątkiem są kluczowe zmienne objaśniające – szacowane za pomocą modelu probitowego miary poziomu i prawdopodobieństwa sukcesu.

<sup>24</sup> Oceny parametrów, jako że regresja ta ma znaczenie pomocnicze, zostały pominięte z uwagi na oszczędność miejsca.

odrzucono hipotezę, zgodnie z którą współczynniki regresji (poza stałą) są równe zero. Miara pseudo  $R^2$  jest niższa od uzyskanej przez Dobsona i Goddarda<sup>25</sup>. Wynika to w dużej mierze z krótszego okresu objętego analizą w przypadku opisywanego badania. Dobson i Goddard analizowali łącznie 15 sezonów i wykorzystali znacznie dłuższe historie rezultatów spotkań.

**Tabela 2. Rezultaty uporządkowanej regresji probitowej**

Podstawowe statystyki		Test ilorazu wiarygodności		Test proporcjonalnych szans	
Liczba obserwacji = 240	Pseudo $R^2$ = 0,188	LR $\chi^2(52)$ = 96,59	Prob > $\chi^2$ = 0,0002	$\chi^2(51)$ = 55,54	Prob > $\chi^2$ = 0,31

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3 przedstawia oszacowania poziomu sportowego drużyn oraz ich udział w liczbie zwycięstw w sezonie 2011/2012. Jak można się spodziewać, są one silnie dodatnio skorelowane (wsp. korelacji liniowej wynosi 0,86). Oszacowane siły drużyn są jednak znacznie bardziej zróżnicowane niż udział w zwycięstwach. Oznacza to, że czynniki oddziałujące na szanse drużyn inne niż ich siła sprzyjają raczej drużynom słabszym. Jednym z takich elementów jest większa liczba spotkań w pucharze krajowym i uczestnictwo w rozgrywkach europejskich.

**Tabela 3. Liczba sukcesów w sezonie a oszacowana siła drużyny (w %)**

Klub	Odsetek sukcesów w sezonie 2011/2012	Wkład w poziom ligi	Klub	Odsetek sukcesów w sezonie 2011/2012	Wkład w poziom ligi
Cracovia	3,8	1,8	ŁKS	4,0	1,7
GKS	5,0	3,1	Podbeskidzie	5,4	5,4
Górnik	6,5	3,4	Polonia	6,7	4,5
Jagiellonia	5,8	4,5	Ruch	8,1	9,9

<sup>25</sup> S. Dobson, J. Goddard, *The Economics of Football...*, op.cit. Wartość pseudo  $R^2$  jest też wyraźnie niższa niż odpowiadająca stawkom bukmacherskim. Przykładowo, archiwalne stawki dla analizowanego sezonu z portalu [www.oddsportal.com](http://www.oddsportal.com) pozwalają na obliczenie zestawu prawdopodobieństw o pseudo  $R^2$  na poziomie 0,35. Pomimo mniejszej precyzji oszacowań prawdopodobieństw przeważającą zaletą wykorzystania własnego modelu jest możliwość uwzględnienia wieloetapowego procesu estymacji przy wyznaczaniu błędów oszacowań.

Klub	Odsetek sukcesów w sezonie 2011/2012	Wkład w poziom ligi	Klub	Odsetek sukcesów w sezonie 2011/2012	Wkład w poziom ligi
Korona	7,3	7,5	Śląsk	8,1	13,1
Lech	7,7	9,4	Widzew	6,3	5,0
Lechia	5,0	3,8	Wisła	6,5	10,5
Legia	7,9	12,0	Zagłębie	6,0	4,3

Uwaga: w pierwszej kolumnie zaprezentowano udział danej drużyny w liczbie „sukcesów” odniesionych przez wszystkie drużyny w sezonie. Mówiąc inaczej: jest to udział w sumie punktów całej ligi, gdy za zwycięstwo przyznawany jest jeden, za remis pół, a za porażkę zero punktów. Oznacza to, że suma wszystkich punktów zdobytych przez wszystkie kluby w sezonie wynosi 240.

Źródło: opracowanie własne.

**Tabela 4. Informacje o oszacowaniach prawdopodobieństw i sił drużyn**

Zmienna	Średnia	Odchylenie standardowe	Minimum	Maksimum
Ocena prawd. sukcesu gospodarzy – $w_{i,j}$	0,59	0,26	0,02	0,99
Oszacowana siła drużyny – $t_j$	5,40	3,06	1,44	11,36
Oczekiwany odsetek sukcesów w sezonie	0,5	0,11	0,3	0,65

Uwaga: wszystkie zmienne zaprezentowane w tabeli zostały oszacowane przy wykorzystaniu uporządkowanego modelu probitowego; oczekiwany odsetek sukcesów w sezonie wg drużyn został obliczony na podstawie oszacowanych sił drużyn i równania (1), bez uwzględniania pozostałych czynników wpływających na prawdopodobieństwa rezultatów. Skala zmiennej opisującej poziom sportowy drużyn wynika z arbitralnie przyjętego współczynnika skalującego, co nie ma wpływu na rezultaty analizy.

Źródło: opracowanie własne.

Warto zauważyć, że model probitowy pozwala na uzyskanie oszacowań prawdopodobieństw znacznie bardziej zróżnicowanych (ich rozpiętość sięga od 0,02 do 0,99 – tabela 4), niż wynikałoby to z prostych porównań liczby zdobytych punktów w sezonie 2011/2012<sup>26</sup>. Zwiększa to zatem możliwość wyjaśniania zainteresowania widzów w stosunku do prostszej metody, opartej na liczbie zdobytych punktów<sup>27</sup>.

<sup>26</sup> Przykładowo, wykorzystując formułę Raschera i Solmesa do obliczania prawdopodobieństw rezultatów poszczególnych spotkań na podstawie odsetek zwycięstw drużyn w całym sezonie, można uzyskać prawdopodobieństwa o rozpiętości od 0,31 do 0,69. D.A. Rascher, J.P.G. Solmes, op.cit.

<sup>27</sup> Ł. Skrok, op.cit.

Jak pokazano w tabeli 4, przeciętne prawdopodobieństwo zwycięstwa gospodarzy było w badanym okresie nieco wyższe od 0,5, czyli oczekiwanego odsetka sukcesów wszystkich drużyn (co jest skutkiem tzw. przewagi własnego boiska).

Przedstawione w tabeli 5 rezultaty oszacowań zmiennych kontrolnych są zgodne z oczekiwaniami. Może zaskakiwać pozornie większe zapotrzebowanie w przypadku wyższych cen biletów. Trzeba jednak pamiętać o tym, że wyższe ceny ustalane były, zgodnie z całosezonowymi cennikami, na spotkania z czołowymi drużynami ekstraklasy, a czasem także w przypadku „derbów”.

**Tabela 5. Rezultaty regresji liczby widzów na stadionach**

Zmienna	Współczynnik regresji	Odchylenie standardowe (klasyczne)	$t$	$P >  t $	Przedział ufności (95%)	
$w_{i,j}$	0,620	0,279	2,22	0,028	0,07	1,17
$w^2_{i,j}$	-0,574	0,246	-2,34	0,021	-1,06	-0,09
$t_j$	0,011	0,008	1,34	0,183	-0,01	0,03
GOLE3 <sub>i</sub>	0,115	0,028	4,18	<0,001	0,06	0,17
GOLE3 <sub>j</sub>	0,030	0,027	1,12	0,262	-0,02	0,08
lnCZAS	-0,056	0,023	-2,38	0,018	-0,10	-0,01
ODLEGLOSC	-0,027	0,002	-11,06	<0,001	-0,03	-0,02
CENA_WYZSZA	0,179	0,052	3,47	0,001	0,08	0,28
NTV	-0,083	0,044	-1,88	0,062	-0,17	0,00
TYDZIEN	0,039	0,039	1,00	0,320	-0,04	0,12
NIEDZIELA	0,122	0,048	2,51	0,013	0,03	0,22
NISZCZECENY	0,170	0,064	2,67	0,008	0,04	0,30
Podstawowe statystyki				Test F istotności efektów stałych		
Liczba obserwacji = 217 Liczba grup = 15	F(12, 190) = 21,11	Prob > F = < 0,0001		F(14, 190) = 110,93	Prob > F = < 0,0001	
R <sup>2</sup> : within = 0,5715 between = 0,0881 overall = 0,1557	$\sigma_u = 0,75$ $\sigma_\varepsilon = 0,75$ $\rho = 0,91$	corr(u, Xb) = 0,0627				

Źródło: opracowanie własne.

Jak można zauważyć, uwzględnienie faktu dwuetapowej procedury estymacji pozwala na dostrzeżenie problemu niewielkiej precyzji oszacowań. Jak już zostało wspomniane wcześniej, błędy prawdopodobnie są niedoszacowane

– została wykorzystana metoda bootstrapowa klastrowa, polegająca na losowaniu ze zwracaniem drużyn gospodarzy. Jak pokazują Cameron, Gelbach i Miller<sup>28</sup>, wykorzystując klastrową metodę bootstrap, zbyt często odrzuca się hipotezę zerową o braku istotnego wpływu zmiennej, szczególnie w przypadku heteroskedastyczności składników losowych. Proponowana przez nich metoda oparta na podwójnym klastrowaniu ogranicza ten problem – niestety jedynie w przypadku paneli, w których liczba klastrów przekracza 40. Z drugiej strony, najmniejszy odsetek niewłaściwych odrzuceń hipotezy zerowej przy niskiej liczbie paneli (10–20) występował w przypadku asymptotycznych oszacowań błędów standardowych i przy wykorzystaniu jednoklastrowej metody bootstrap, czyli w przypadkach metod wykorzystanych w niniejszym artykule.

**Tabela 6. Rezultaty regresji liczby widzów na stadionach (bootstrap klastrowy)**

Zmienna	Współczynnik regresji	Odchylenie standardowe (bootstrap)	$t$	$P >  t $	Przedział ufności (95%)	
$w_{i,j}$	0,620	0,539	1,15	0,25	-0,44	1,68
$w_{i,j}^2$	-0,574	0,477	-1,20	0,23	-1,51	0,36
$t_j$	0,011	0,002	5,49	<0,001	0,01	0,02
GOLE3 <sub>i</sub>	0,115	0,072	1,60	0,11	-0,03	0,26
GOLE3 <sub>j</sub>	0,030	0,049	0,62	0,54	-0,07	0,13
lnCZAS	-0,056	0,060	-0,94	0,35	-0,17	0,06
ODLEGLOSC	-0,027	0,004	-6,22	<0,001	-0,04	-0,02
CENA_WYZSZA	0,179	0,098	1,82	0,07	-0,01	0,37
NTV	-0,083	0,078	-1,06	0,29	-0,24	0,07
TYDZIEN	0,039	0,080	0,48	0,63	-0,12	0,20
NIEDZIELA	0,122	0,085	1,43	0,15	-0,05	0,29
NIZSZECENY	0,170	0,149	1,14	0,25	-0,12	0,46
Podstawowe statystyki						
Liczba obserwacji = 217 Liczba grup = 15	Wald chi <sup>2</sup> (12) = 102,9	Prob > chi <sup>2</sup> = <0,0001	Liczba powtórzeń <sup>29</sup> 3592			

Źródło: opracowanie własne.

<sup>28</sup> A. Cameron, J. Gelbach, D. Miller, *Robust Inference with Multi-way Clustering*, 2006, NBER Technical Working Papers 0327.

<sup>29</sup> Nietypowa liczba powtórzeń wynika z problemu występowania wartości 1 niektórych zmiennych binarnych w przypadku spotkań tylko kilku klubów. Wstępnie założono 5000 powtórzeń.

Niemniej jednak można stwierdzić, że pomimo wysokich błędów oszacowań współczynników regresji przy kluczowych zmiennych wyniki wskazują na umiarkowany pozytywny efekt zewnętrzny. Funkcja kwadratowa prawdopodobieństwa osiąga swoje maksimum dla prawdopodobieństwa równego 0,54. Oznacza to, że zmiana relatywnej siły drużyny gości wpływałaby negatywnie na zainteresowanie kibiców. Przykładowo, przy zwiększeniu prawdopodobieństwa do 0,8 (co odpowiada zwiększeniu o jedno odchylenie standardowe) liczba kibiców spadłaby o ok. 4%<sup>30</sup>. Z kolei zmniejszenie siły drużyny gości o jedno odchylenie standardowe oznaczałoby zmniejszenie liczby kibiców o ok. 3,5%. Jeszcze słabszy jest efekt kolejnej zmiennej opisującej poziom drużyny gości – GOLE<sub>3</sub>. Obniżenie przeciętnej liczby goli zdobywanych w trzech poprzednich meczach wyjazdowych przez drużynę gości o jedno odchylenie standardowe oznaczałoby obniżenie liczby widzów o ok. 2%.

Znaczna część pozytywnego efektu zewnętrznego siły drużyny gości jest natomiast zawarta w zmiennej CENA\_WYZSZA, opisującej głównie mecze rozgrywane z najlepszymi polskimi drużynami. Liczba kibiców na tych spotkaniach była średnio o niemal 18% wyższa. Jednocześnie wpływ samego poziomu sportowego drużyn gości był najprawdopodobniej jeszcze silniejszy – zapotrzebowanie na bilety było jednocześnie obniżane poprzez wyższe ceny.

Należy przy tym nadmienić, że w sezonie 2011/2012 wiele spotkań odbywało się bez udziału kibiców gości, co oznaczało najprawdopodobniej słabszy wpływ poziomu drużyny przyjezdnej na całkowitą liczbę widzów.

## 5. Podsumowanie i kierunki dalszych badań

W pracy przedstawiono metodę szacowania nieobserwowalnego poziomu klubów sportowych współzawodniczących w rozgrywkach ligowych. W tym celu został wykorzystany uporządkowany model probitowy, pozwalający na wyznaczenie teoretycznych prawdopodobieństw. Uzyskane oszacowania zostały wykorzystane na drugim etapie analizy, którym było badanie determinant popytu widzów na mecze polskiej ekstraklasy w sezonie 2011/2012.

Na poziomie metodologicznym zaletą zastosowanej metody szacowania prawdopodobieństw, w przeciwieństwie do wykorzystywanych w literaturze przedmiotu danych zewnętrznych (przykładowo, opartych na stawkach

---

<sup>30</sup> Oczywiście, zwiększanie relatywnej siły drużyny gości miałoby identyczny skutek.

bukmacherskich), jest możliwość korygowania błędów standardowych oszacowań i ograniczenie zjawiska nadmiernego odrzucania hipotez o braku wpływu analizowanych zmiennych. Nie jest to jednak problem stworzony właśnie przez zaproponowaną procedurę szacowania poziomu drużyn. Stawki bukmacherskie także są rezultatem procesu szacowania (czy to za pomocą modeli ilościowych, czy ekspercko, czy poprzez mechanizm rynkowy). Wykorzystanie ich oznacza po prostu pominięcie informacji o ich precyzji.

Uzyskane w opisanej analizie błędy standardowe oszacowań w dalszym ciągu są najprawdopodobniej niedoszacowane. Wykorzystanie korekt o asymptotycznym charakterze jest problematyczne z uwagi na relatywnie złożone przekształcenia wartości teoretycznych prawdopodobieństw prowadzone w celu uzyskania oszacowań poziomu drużyn. Z kolei problemem w przypadku metod bootstrapowych jest stosunkowo niewielka liczba drużyn oraz nietypowa struktura danych, w której każda obserwacja dotyczy zawsze dwóch jednostek z panelu 16 klubów. Znalezienie odpowiedniej metody szacowania błędów standardowych dla prezentowanej w pracy dwuetapowej procedury szacowania determinant popytu na widowiska sportowe z podwójnym klastrowaniem i niewielką liczbą klastrów stanowi kierunek dalszych prac w tym obszarze. Kolejnym sposobem poprawy analizy jest praca nad modelem prognostycznym, który pozwoliłby na uzyskanie prawdopodobieństw bliższych pod względem trafności np. stawkom bukmacherskim. Zaprezentowany przykład pokazuje przy tym, że interpretowanie istotności statystycznej współczynników wielomianu prawdopodobieństwa jako testu hipotezy niepewności wyniku jest błędem.

Przedstawione rezultaty wskazują na występowanie pozytywnych efektów zewnętrznych pomiędzy klubami. Siła drużyny gości wpływa na zainteresowanie kibiców. Istnieje zatem uzasadnienie dla interwencji na poziomie całej ligi.

## Bibliografia

1. Borghans L., Groot L., *Competitive Balance Based on Team Quality*, w: *Economics, Uncertainty and European Football*, red. L. Groot, Edward Elgar, Cheltenham 2008, s. 97–116.
2. Buraimo B., Simmons R., *Do Sport Fans Really Value Uncertainty of Outcome? Evidence from the English Premier League*, „International Journal of Sports Finance” 2008, vol. 3, s. 146–155.



3. Cameron A., Gelbach J., Miller D., *Robust Inference with Multi-way Clustering*, 2006, NBER Technical Working Papers 0327.
4. Coates D., Humphreys B., Zhou L., *Outcome Uncertainty, Reference-Dependent Preferences and Live Game Attendance*, Working Papers 2012–7.
5. Dobson S., Goddard J., *Revenue Divergence And Competitive Balance In A Divisional Sports League*, „Scottish Journal of Political Economy” 2004, vol. 51, no. 3, s. 359–376.
6. Dobson S., Goddard J., *The Economics of Football*, Cambridge University Press, Cambridge 2011.
7. Owen P.D., Weatherston C.R., *Uncertainty of outcome and Super 12 Rugby Union attendance*, „Journal of Sports Economics” 2004, vol. 5, s. 347–370.
8. Pawlowski T., Anders C., *Stadium attendance in German professional football. The (un) importance of uncertainty of outcome reconsidered*, „Applied Economics Letters” 2012, vol. 19, s. 1553–1556.
9. Rascher D.A., Solmes J.P.G., *Do Fans Want Close Contests? A Test of the Uncertainty of Outcome Hypothesis in the National Basketball Association*, „International Journal of Sports Finance” 2007, vol. 2, s. 131–141.
10. Skrok Ł., *Niepewność czy jakość? O pułapkach empirycznych analiz popytu widzów na mecze sportów zespołowych*, w: *Ekonomia. Finanse. Zarządzanie*, red. K. Poznańska, K. Kraj, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2013, s. 125–145.

### Źródła sieciowe

1. <http://ekstraklasa.wp.pl> [dostęp 08.2012].
2. <http://maps.google.pl> [dostęp 08.2012].
3. <http://www.90minut.pl> [dostęp 08.2012].
4. <http://www.oddsportal.com> [dostęp 06.2013].

\* \* \*

### **Attendance at games in the Polish Ekstraklasa – an estimation method of teams’ talent**

The article presents a method for estimating unobservable determinant of the demand for sports – the quality of the teams competing in the league. For this purpose, an ordered probit model was used, which allowed determining the theoretical probabilities of games’ results. Using some standard assumptions, qualities of the competing teams were estimated. Then, in the second stage of the analysis, the determinants of the attendance at the stadiums during Polish Ekstraklasa games in the season 2011/12 were estimated. On the methodological level, the advantage of the method used, in contrast to those used in the literature external data (for example,

based on the betting odds), is that it allows (at least theoretically) to correct standard errors of the estimators for the fact of the two-stage estimation. Presented results indicate the presence of positive externalities between competing teams. The quality of the visitors has an impact on the interest of fans, and therefore the revenues of the clubs. There is therefore a justification for a league-level intervention.

**Keywords:** match attendance, football, uncertainty of outcome hypothesis, Polish Ekstraklasa