

ANNA SZYMAŃSKA

Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny
Uniwersytet Łódzki

Wpływ liczby klas i reguł przejścia systemu bonus-malus na jego efektywność taryfikacyjną

Streszczenie

Towarzystwa ubezpieczeniowe konkurują między sobą na lokalnych rynkach, a składka ubezpieczeniowa stanowi jeden z elementów tej konkurencji. Można powiedzieć, że w Polsce ubezpieczenia komunikacyjne OC, jako najczęściej zawierane ubezpieczenia, decydują o udziale towarzystwa ubezpieczeniowego w rynku. Jednocześnie jednak od pewnego czasu wynik techniczny w ubezpieczeniach odpowiedzialności cywilnej posiadaczy pojazdów mechanicznych jest ujemny. Świadczy to o konieczności zmian w taryfach. Jednym z elementów taryfikacji w ubezpieczeniach komunikacyjnych OC jest system bonus-malus. W pracy zbadano, jaki wpływ na efektywność taryfikacyjną systemów bonus-malus mają zmiany zasad przejść pomiędzy klasami oraz zwiększenie liczby klas. Do oceny efektywności taryfikacyjnej zastosowano miary stochastyczne, oparte na teorii łańcuchów Markowa.

Słowa kluczowe: ubezpieczenia odpowiedzialności cywilnej posiadaczy pojazdów mechanicznych, miary efektywności systemów bonus-malus, łańcuchy Markowa

1. Wstęp

Ubezpieczenia odpowiedzialności cywilnej posiadaczy pojazdów mechanicznych to najczęściej zawierane ubezpieczenia majątkowe w Polsce, które decydują o udziale towarzystwa ubezpieczeniowego w rynku. Dlatego w tych ubezpieczeniach kalkulacja składki staje się niezwykle ważnym elementem zarządzania portfelem ubezpieczeń majątkowych. W ubezpieczeniach komunikacyjnych OC proces kalkulacji składki składa się z dwóch etapów¹. Pierwszy z nich to tzw. taryfikacja *a priori*, czyli wyznaczanie składki bazowej (podstawowej)

¹ K. Antonio, E. Valez, *Statistical concepts of a priori and a posteriori risk classification in insurance*, „ASTA Advances in Statistic Analysis” 2012, vol. 96, s. 187–224.

na podstawie znanych czynników ryzyka, takich jak np. pojemność silnika czy rejon rejestracji pojazdu. Drugim etapem procesu oceny ryzyka jest taryfikacja *a posteriori*, polegająca na uwzględnieniu w składce podstawowej zwwyżek i zniżek. Głównym elementem tego etapu taryfikacji jest system bonus-malus², który stanowi zbiór reguł różnicujących składkę podstawową w zależności od liczby szkód zgłoszonych przez ubezpieczającego w przeszłości. Funkcjonujące w praktyce ubezpieczeniowej systemy bonus-malus różnią się liczbą klas, stawkami składek w poszczególnych klasach oraz regułami przejścia pomiędzy klasami.

Celem pracy jest ocena wpływu zasad przejścia ubezpieczonych z klasy do klasy oraz liczby klas na efektywność taryfikacyjną systemu bonus-malus. Efektywność taryfikacyjna jest tutaj rozumiana jako stopień dopasowania składki do indywidualnej szkodowości ubezpieczającego i oceniana za pomocą miar efektywności taryfikacyjnej, opisanych w części trzeciej. W pracy oceniono system bonus-malus PZU oraz sześć systemów stanowiących jego modyfikację. System bonus-malus PZU wybrano z dwóch powodów. Po pierwsze PZU ma od wielu lat największy udział w składce przypisanej z tytułu ubezpieczeń komunikacyjnych odpowiedzialności cywilnej posiadaczy pojazdów mechanicznych na polskim rynku. Po drugie, analizując systemy bonus-malus funkcjonujące w Polsce, system bonus-malus PZU można uznać za typowy pod względem liczby klas oraz stawek składki³. Systemy skonstruowane na potrzeby badania mają zmienione reguły przejścia, a niektóre z nich zwiększają liczbę klas w stosunku do systemu PZU. Pierwsze trzy skonstruowane na potrzeby badania systemy (BMS I, BMS II i BMS III) mają taką samą liczbę klas (równą 13) co system bonus-malus PZU oraz inne niż w tym towarzystwie ubezpieczeniowym zasady przejścia pomiędzy klasami. Stawki składki w analizowanych systemach 13-klasowych są tożsame z systemem PZU. Kolejne trzy systemy (BMS IV, BMS V i BMS VI) mają 18 klas, przy czym zasady przejścia pomiędzy klasami są jednakowe odpowiednio dla systemów BMS I i BMS IV, BMS II i BMS V oraz dla BMS III i BMS VI. W systemach z 18 klasami zwiększono liczbę klas zwykłych o dwie, w których stawki składki wynoszą 260% i 300% składki. W klasach zniżkowych stawki maleją o 5 pkt proc. w każdej następnej klasie (w systemach z 13 klasami o 10 pkt proc. w każdej następnej klasie). Funkcję taryfikacyjną analizowanych systemów bonus-malus oceniono za pomocą wybranych miar efektywności przy

² J. Lemaire, *Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance*, Kluwer, Boston 1995, s. 6.

³ A. Szymańska, *Statystyczna analiza systemów bonus-malus w ubezpieczeniach komunikacyjnych*, Wydawnictwo UŁ, Łódź 2014, s. 43–65.

założeniu, że modelem przejść pojedynczego ubezpieczonego pomiędzy klasami bonus-malus jest jednorodny łańcuch Markowa.

2. Łańcuch Markowa jako model przejść pomiędzy klasami systemu bonus-malus dla pojedynczego ubezpieczonego

W literaturze aktuarialnej klasycznym modelem opisującym proces migracji ubezpieczonego pomiędzy klasami systemu bonus-malus jest jednorodny łańcuch Markowa⁴. Załóżmy, że portfel to zbiór ubezpieczonych podzielonych w wyniku taryfikacji *a priori* na grupy taryfowe, a następnie w wyniku taryfikacji *a posteriori* na klasy taryfowe. Liczba klas taryfowych jest skończona i wynosi s . Oznaczmy przez $S = \{1, 2, \dots, s\}$ zbiór numerów klas taryfowych. Przyjmijmy, że klasa $j = 1$ jest klasą, w której składka jest obciążana największymi zwyczajami, natomiast $j = s$ klasą, w której w składce są uwzględnione największe zniżki. Przynależność ubezpieczonego do klasy i w bieżącym okresie ubezpieczeniowym zależy od klasy, w której ubezpieczony znajdował się w poprzednim okresie, oraz liczby spowodowanych w tym okresie szkód. Przy czym ubezpieczeni bez historii szkodowej są przypisywani do klasy startowej, która jest określona indywidualnie dla każdego systemu bonus-malus. Niech C_t będzie zmienną losową oznaczającą klasę, do której należy ubezpieczony w okresie $(t-1, t]$. Każdej i -tej klasie taryfowej jest przyporządkowana stawka składki b_i , $i = 1, \dots, s$, stanowiąca procent składki podstawowej. Liczba szkód w danym roku dla dowolnego ubezpieczonego jest zmienną losową o znanym i stałym w czasie rozkładzie prawdopodobieństwa.

Niech $T_k(i) = j$ oznacza, że ubezpieczony przechodzi z klasy i do klasy j , gdy zgłosił k szkód w ciągu jednego roku, przy czym $T: S \rightarrow S$, $S = \{1, 2, \dots, s\}$, $(i, j \in S, k = 0, 1, 2, \dots)$. Tak zdefiniowaną funkcję T nazywamy funkcją transformacji, natomiast zasady przejścia możemy zapisać w postaci k zero-jedynkowych macierzy:

$$\mathbf{T}(k) = [t_{ij}(k)] = \begin{bmatrix} t_{11}(k) & t_{12}(k) & \cdots & t_{1s}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{s1}(k) & t_{s2}(k) & \cdots & t_{ss}(k) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

⁴ M. Denuit, X. Marechal, S. Pitrebois, J. Walhin, *Actuarial Modelling of Claim Counts. Risk Classification, Credibility and Bonus-Malus Systems*, Wiley, England 2007, s. 166; H. Bonsdorff, *On the Convergence rate of Bonus-Malus Systems*, „ASTIN Bulletin” 1992, vol. 22, s. 217–223; M. Niemiec, *Bonus-Malus Systems as Markov Set-Chains*, „ASTIN Bulletin” 2007, vol. 37, s. 53–65.

gdzie:

$$t_{ij}(k) = \begin{cases} 1 & \text{dla } T_k(i) = j \\ 0 & \text{dla } T_k(i) \neq j \end{cases} \quad \text{dla } i, j \in S, k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Modelem systemu bonus-malus dla pojedynczego ubezpieczonego o stałym współczynniku intensywności szkód $\lambda > 0$ jest jednorodny łańcuch Markowa $\{C_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ o przestrzeni stanów $S = \{1, 2, \dots, s\}$, macierzy prawdopodobieństw przejścia:

$$\mathbf{M}(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k(\lambda) \mathbf{T}(k) \quad (3)$$

oraz prawdopodobieństwie przejścia ubezpieczonego z klasy taryfowej C_i do klasy C_j :

$$p_{ij}(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k(\lambda) t_{ij}^{(k)}, \quad (4)$$

gdzie $p_k(\lambda)$ jest prawdopodobieństwem, że ubezpieczony w ciągu roku spowoduje k szkód.

Dla każdego ergodycznego łańcucha Markowa istnieje rozkład stacjonarny postaci⁵:

$$\mathbf{a}(\lambda) = [a_1(\lambda), \dots, a_s(\lambda)], \quad (5)$$

gdzie $a_j(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^n(\lambda)$ oraz $p_{ij}^n(\lambda)$ są prawdopodobieństwem zmiany przypisania ubezpieczonego w okresie n -lat z klasy C_i do klasy C_j . Rozkład stacjonarny uzyskuje się, rozwiązując układ równań:

$$a_j(\lambda) = \sum_{i=1}^s a_i(\lambda) p_{ij}(\lambda), \quad j = 1, \dots, s, \quad (6)$$

gdzie $\sum_{j=1}^s a_j(\lambda) = 1$, oraz $a_j(\lambda)$ są prawdopodobieństwem znalezienia się ubezpie-

czonego w klasie C_j po osiągnięciu przez system stanu stacjonarnego lub prawdopodobieństwem, że ubezpieczony znajdzie się w klasie C_j po n okresach, gdy liczba okresów dąży do nieskończoności. W opisanym modelu wektor $\mathbf{a}(\lambda)$ można wyznaczyć jako unormowany lewostronny wektor własny macierzy prawdopodobieństw przejścia \mathbf{M} opisanej równaniem (3).

⁵ M. Podgórska, P. Śliwka, M. Topolewski, M. Wrzosek, *Łańcuchy Markowa w teorii i w zastosowaniach*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2002, s. 16.

3. Miary efektywności taryfikacyjnej systemów bonus-malus

W literaturze aktuarialnej można znaleźć wiele miar efektywności taryfikacyjnej systemów bonus-malus, rozumianej jako stopień dopasowania składki do indywidualnej szkodowości ubezpieczającego. W pracy zastosowano te miary, które są najczęściej wykorzystywane, jak efektywność Loimaranty, elastyczność ogólna i względny stacjonarny oczekiwany poziom składki.

Efektywność Loimaranty (ang. *elasticity of the mean stationary premium with respect to the claim frequency*) jest określona wzorem⁶:

$$\eta(\lambda) = \frac{dB(\lambda)}{B(\lambda)} \bigg/ \frac{d\lambda}{\lambda}, \quad (7)$$

gdzie oczekiwana stacjonarna składka za pojedynczy okres po osiągnięciu przez system stanu stacjonarnego wynosi:

$$B(\lambda) = \sum_{i=1}^s a_j(\lambda) \cdot b_j. \quad (8)$$

Efektywność Loimaranty mierzy elastyczność oczekiwanej stacjonarnej składki $B(\lambda)$ względem intensywności szkód λ . W idealnym systemie wartość miary powinna być równa jeden.

Jeżeli znana jest funkcja struktura ryzyka w portfelu, czyli funkcja gęstości $\pi(\lambda)$ parametru λ , wówczas można wyznaczyć tzw. elastyczność ogólną, która jest uogólnieniem miary danej wzorem (7).

Elastyczność ogólna (łączna)⁷:

$$\eta = \int_0^{\infty} \eta(\lambda) \pi(\lambda) d\lambda. \quad (9)$$

Załóżmy, że liczba szkód ma rozkład Poissona, a parametr intensywności szkód ma rozkład gamma. Całkę we wzorze (9) można przybliżyć, wyznaczając całkę:

$$\eta = \int_0^w \eta(\lambda) \pi(\lambda) d\lambda, \quad (10)$$

⁶ J. Lemaire, op.cit., s. 72.

⁷ Ibidem, s. 89.

gdzie całkę we wzorze (10) można obliczyć za pomocą metody trapezów. Przybliżenie całki jest postaci:

$$\eta = \int_0^w \eta(\lambda)\pi(\lambda)d\lambda \approx \sum_{i=1}^{wk} \frac{1}{2k} \left[\eta\left(\frac{i-1}{k}\right)\pi\left(\frac{i-1}{k}\right) + \eta\left(\frac{i}{k}\right)\pi\left(\frac{i}{k}\right) \right]. \quad (11)$$

Do obliczeń przyjęto $w = 3$ i $k = 500$. Zwiększenie wartości parametrów w i k poprawia dokładność aproksymacji na dziewiątym miejscu po przecinku⁸.

Względny stacjonarny oczekiwany poziom składki (ang. *relative stationary average level* – RSAL)⁹:

$$RSAL(\lambda) = \frac{B(\lambda) - \min_j(b_j)}{\max_j(b_j) - \min_j(b_j)}. \quad (12)$$

Miara opisana wzorem (11) określa względną pozycję ubezpieczonego o przeciętnej szkodowości w przypadku, gdy najniższej możliwej składce przyporządkuje się wartość 0, najwyższej – wartość 1. Trudno podać optymalną wartość wskaźnika RSAL. Według twórcy tej miary, J. Lemaire'a, w idealnym systemie wskaźnik ten powinien wynosić 0,5 dla przeciętnej częstości szkód. Małe wartości wskaźnika RSAL oznaczają, że system będzie w nierównowadze, a wraz z upływem czasu większość polis znajdzie się w klasach o największych zniżkach. Duże wartości wskaźnika świadczą o równomiernym rozłożeniu polis wśród klas systemu bonus-malus.

4. Przykładowe systemy bonus-malus

System bonus-malus PZU ma 13 klas, w tym cztery klasy zwykłe z maksymalną zwyżką równą 200% (por. tabela 1). System ten dzieli ubezpieczonych na dwie grupy – niezgłaszających szkód i pozostałych, zgłaszających co najmniej jedną szkodę w roku. W systemie PZU ubezpieczony znajdujący się w j -tej klasie, który zgłosi co najmniej jedną szkodę w danym roku, w roku następnym zostanie

⁸ A. Szymańska, M. Małecka, *Zastosowanie metody trapezów w ocenie efektywności taryfikacyjnej systemów bonus-malus ubezpieczeń komunikacyjnych OC*, w: *Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne*, red. Z. Zieliński, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Handlowej, Kielce 2013, s. 243–252.

⁹ J. Lemaire, op.cit., s. 63.

gdzie: p_0 – prawdopodobieństwo niezgłoszenia w ciągu roku żadnej szkody,
 p_{1+} – prawdopodobieństwo zgłoszenia w ciągu roku co najmniej jednej szkody.

W dalszej części pracy przedstawiono systemy bonus-malus skonstruowane na potrzeby badania.

SBM I (por. tabela 2) jest systemem 13-klasowym, w którym zgłoszenie przez ubezpieczonego znajdującego się w klasie j jednej szkody w roku skutkuje przypisaniem ubezpieczonego w roku następnym do klasy poprzedniej $j - 1$, zgłoszenie co najmniej dwóch szkód do klasy $j - 2$. W porównaniu z systemem bonus-malus PZU w tym systemie surowiej są karani ubezpieczeni, którzy spowodowali więcej niż jedną szkodę.

Tabela 2. SBM I

Numer klasy BM	Stawka składki (w %)	Liczba szkód w roku		
		0	1	2 i więcej
1	200	2	1	1
2	150	3	1	1
3	130	4	2	1
4	115	5	3	2
5	100	6	4	3
6	90	7	5	4
7	80	8	6	5
8	80	9	7	6
9	70	10	8	7
10	60	11	9	8
11	50	12	10	9
12	50	13	11	10
13	40	14	12	11

Źródło: opracowanie własne.

SBM II (por. tabela 3) ma 13 klas i jest bardziej restrykcyjny w stosunku do ubezpieczonych powodujących szkody niż SBM I. W tym systemie zgłoszenie przez ubezpieczonego znajdującego się w klasie j jednej szkody w danym roku powoduje, że w roku następnym ubezpieczony zostaje przypisany do klasy $j - 2$. Zgłoszenie co najmniej dwóch szkód w roku sprawia, że w roku następnym ubezpieczony zostanie przypisany do klasy $j - 3$.

Tabela 3. SBM II

Numer klasy BM	Stawka składki (w %)	Liczba szkód w roku		
		0	1	2 i więcej
1	200	2	1	1
2	150	3	1	1
3	130	4	1	1
4	115	5	2	1
5	100	6	3	2
6	90	7	4	3
7	80	8	5	4
8	80	9	6	5
9	70	10	7	6
10	60	11	8	7
11	50	12	9	8
12	50	13	10	9
13	40	14	11	10

Źródło: opracowanie własne.

SBM III (por. tabela 4) jest najbardziej „rygorystyczny” w stosunku do ubezpieczonych powodujących szkody z wcześniej przedstawionych 13-klasowych systemów. W tym systemie zgłoszenie przez ubezpieczonego posiadającego zniżki w składce jednej szkody w roku skutkuje w roku następnym utratą wszystkich zniżek i przypisaniem go do klasy startowej, czyli piątej ($j = 5$) w tabeli 4. Jeżeli ubezpieczony nie miał zniżki składki i zgłosił jedną szkodę w roku, wówczas w roku następnym zostaje przypisany do klasy pierwszej ($j = 1$) w tabeli 4. Spowodowanie dwóch lub więcej szkód w danym roku powoduje, że składka w następnym roku zostanie obciążona maksymalną zwyżką.

Tabela 4. SBM III

Numer klasy BM	Stawka składki (w %)	Liczba szkód w roku		
		0	1	2 i więcej
1	200	2	1	1
2	150	3	1	1
3	130	4	1	1
4	115	5	1	1
5	100	6	5	1
6	90	7	5	1
7	80	8	5	1

Numer klasy BM	Stawka składki (w %)	Liczba szkód w roku		
		0	1	2 i więcej
8	80	9	5	1
9	70	10	5	1
10	60	11	5	1
11	50	12	5	1
12	50	13	5	1
13	40	14	5	1

Źródło: opracowanie własne.

SBM IV (por. tabela 5) jest systemem złożonym z 18 klas, w którym zgłoszenie jednej szkody w roku przez ubezpieczonego znajdującego się w klasie j w następnym roku skutkuje przypisaniem ubezpieczonego do klasy $j - 1$, natomiast zgłoszenie co najmniej dwóch szkód w roku powoduje przypisanie ubezpieczonego w następnym roku do klasy $j - 2$. Reguły przejścia w tym systemie są takie same jak w SBM I, zmieniają się natomiast liczba klas oraz w niewielkim stopniu stawki składki w poszczególnych klasach.

Tabela 5. SBM IV

Numer klasy BM	Stawka składki (w %)	Liczba szkód w roku		
		0	1	2 i więcej
1	300	2	1	1
2	260	3	1	1
3	200	4	2	1
4	150	5	3	2
5	115	6	4	3
6	100	7	5	4
7	95	8	6	5
8	90	9	7	6
9	85	10	8	7
10	80	11	9	8
11	75	12	10	9
12	70	13	11	10
13	65	14	12	11
14	60	15	13	12
15	55	16	14	13
16	50	17	15	14
17	45	18	16	15
18	40	18	17	16

Źródło: opracowanie własne.

SBM V (por. tabela 6) jest systemem o 18 klasach oraz takich samych zasadach przejścia pomiędzy klasami jak **SBM II**. W przypadku zgłoszenia przez ubezpieczonego znajdującego się w klasie j jednej szkody w roku ubezpieczony w roku następnym zostaje przypisany do klasy $j - 2$, w przypadku zgłoszenia co najmniej dwóch szkód w roku do klasy $j - 3$.

Tabela 6. SBM V

Numer klasy BM	Stawka składki (w %)	Liczba szkód w roku		
		0	1	2 i więcej
1	300	2	1	1
2	260	3	1	1
3	200	4	1	1
4	150	5	2	1
5	115	6	3	2
6	100	7	4	3
7	95	8	5	4
8	90	9	6	5
9	85	10	7	6
10	80	11	8	7
11	75	12	9	8
12	70	13	10	9
13	65	14	11	10
14	60	15	12	11
15	55	16	13	12
16	50	17	14	13
17	45	18	15	14
18	40	18	16	15

Źródło: opracowanie własne.

SBM VI jest najbardziej „rygorystyczny” w stosunku do ubezpieczonych powodujących szkody z proponowanych 18-klasowych systemów (reguły przejścia pomiędzy klasami jak w **SBM III**). Zgłoszenie przez ubezpieczonego znajdującego się w klasie niższej j jednej szkody w roku skutkuje utratą zniżki w roku następnym i przypisaniem go do klasy $j = 6$ (por. tabela 7). Jeżeli ubezpieczony nie miał zniżki i zgłosił jedną szkodę w roku, to w roku następnym zostaje przypisany do klasy $j = 1$ z maksymalną zwyżką. Zgłoszenie dwóch lub więcej szkód w danym roku powoduje, że ubezpieczony w następnym roku znajdzie się w klasie z maksymalną zwyżką, czyli w klasie $j = 1$.

Tabela 7. SBM VI

Numer klasy BM	Stawka składki (w %)	Liczba szkód w roku		
		0	1	2 i więcej
1	300	2	1	1
2	260	3	1	1
3	200	4	1	1
4	150	5	1	1
5	115	6	1	1
6	100	7	1	1
7	95	8	6	1
8	90	9	6	1
9	85	10	6	1
10	80	11	6	1
11	75	12	6	1
12	70	13	6	1
13	65	14	6	1
14	60	15	6	1
15	55	16	6	1
16	50	17	6	1
17	45	18	6	1
18	40	18	6	1

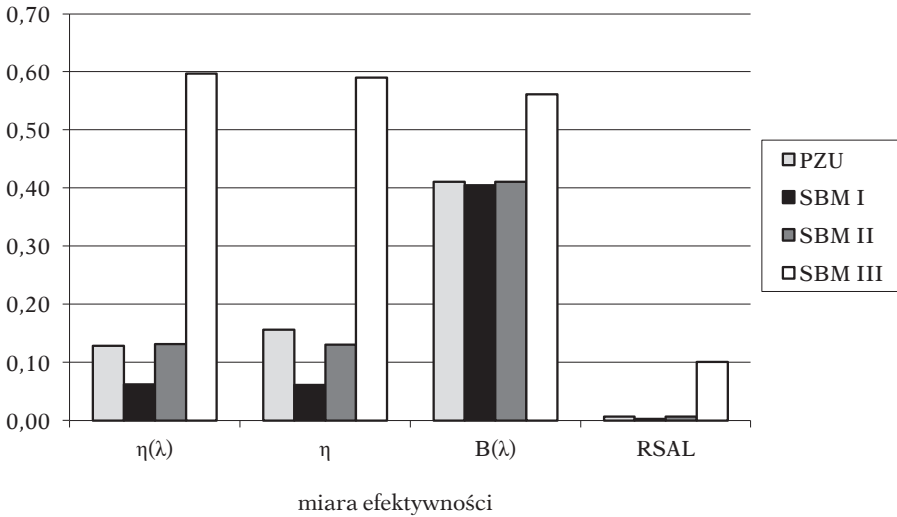
Źródło: opracowanie własne.

5. Ocena efektywności taryfikacyjnej badanych systemów bonus-malus

W niniejszym fragmencie pracy przedstawiono ocenę efektywności taryfikacyjnej zaproponowanych w części czwartej pracy systemów bonus-malus za pomocą wybranych miar. Do celów badania dysponowano danymi o liczbie szkód z tytułu ubezpieczeń komunikacyjnych OC samochodów osobowych osób fizycznych w 2009 r., pochodzącymi z jednego z towarzystw ubezpieczeniowych funkcjonujących na polskim rynku, które zastrzegło sobie anonimowość. Przeprowadzona analiza statystyczna pozwoliła przyjąć, że rozkład liczby szkód w portfelu jest ujemny dwumianowy, oraz wyznaczyć parametry rozkładu¹⁰.

¹⁰ A. Szymańska, op.cit., s. 208.

Oczekiwana liczba szkód λ indywidualnego ubezpieczonego w okresie roku wyznaczona na podstawie danych z badanego towarzystwa ubezpieczeniowego wynosiła 0,0439. Wartości miar efektywności rozważanych systemów bonus-malus przedstawia rysunek 1.



Rysunek 1. Wartości miar efektywności taryfikacyjnej systemów bonus-malus

Źródło: opracowanie własne.

Systemy bonus-malus PZU, SBM I, SBM II, SBM IV i SBM V charakteryzują się niską efektywnością taryfikacyjną. W tych systemach polisy będą się koncentrować w klasach zniżkowych. Systemy bonus-malus SBM III i SBM VI będą lepiej spełniać funkcję taryfikacyjną niż pozostałe badane systemy – oczekiwana stacjonarna składka będzie większa, a skoncentrowanie polis w klasach zniżkowych mniejsze. Miary efektywności taryfikacyjnej wskazują na lepszą elastyczność stawek względem intensywności szkód w tych systemach.

Zwiększenie liczby klas systemu oraz wzrost stawek składki w dwóch pierwszych klasach z maksymalną zwyżką przy tych samych zasadach przejścia pomiędzy klasami nie zawsze poprawiają jego efektywność taryfikacyjną, czego przykładem są systemy – SBM IV w stosunku do SBM I oraz SBM V w porównaniu z SBM II. W wymienionych parach systemów wszystkie oceniane miary efektywności taryfikacyjnej mają mniejsze wartości po zwiększeniu liczby klas oraz stawek składki w klasach zwykłych, co świadczy o zmniejszeniu ich efektywności taryfikacyjnej. Wyjątek stanowią tutaj systemy SBM VI oraz SBM III, czyli systemy bardzo surowo „karzące” ubezpieczonych zgłaszających

szkody. Rozbudowa systemu SBM III (w system SBM VI) znacznie poprawiła jego efektywność taryfikacyjną.

Niewielkie „zaostwienie” kar w porównaniu z systemem PZU tylko dla ubezpieczonych powodujących w roku co najmniej dwie szkody, jak w systemach SBM I i SBM IV, nie poprawia efektywności taryfikacyjnej systemu, a powoduje jej pogorszenie.

„Zaostwienie” kar dla wszystkich ubezpieczonych zgłaszających szkody przy tej samej liczbie klas, jak w systemach BMS I, BMS II i BMS III oraz BMS IV, BMS V i BMS VI, poprawia efektywność taryfikacyjną systemu. Należy jednak zauważyć, że w przypadku systemów z większą liczbą klas poprawa funkcji taryfikacyjnej jest większa.

6. Podsumowanie

Zasady przejść między klasami bonus-malus wpływają bezpośrednio na prawdopodobieństwo przejść w łańcuchu Markowa, co sprawia, że zmienia się efektywność taryfikacyjna systemu bonus-malus. Na podstawie przeprowadzonego badania można stwierdzić, że wprowadzenie dużo bardziej restrykcyjnego wobec ubezpieczonych powodujących szkody systemu bonus-malus zwiększa efektywność taryfikacyjną tego systemu przy tej samej liczbie klas.

Rozbudowa systemu bonus-malus przez zwiększenie liczby klas oraz wzrost stawek składki w klasach zwykłych nie zawsze poprawiają jego efektywność taryfikacyjną. Wskazuje na to porównanie wartości miar efektywności taryfikacyjnej systemów SBM I w stosunku do SBM IV oraz SBM II w stosunku do SBM V. Wyjątek stanowią systemy bardzo „rygorystyczne” w stosunku do ubezpieczonych powodujących szkody, jak SBM III i SBM VI. System SBM VI charakteryzuje się bardzo wysoką efektywnością taryfikacyjną w stosunku do systemu SBM III.

Należy jednak podkreślić fakt, że na efektywność taryfikacyjną systemu bonus-malus mają duży wpływ stawki składki w poszczególnych klasach oraz szkodowość w portfelu.

Bibliografia

- Antonio K., Valez E., *Statistical concepts of a priori and a posteriori risk classification in insurance*, „ASTA Advances in Statistical Analysis” 2012, vol. 96, s. 187–224.
- Bonsdorff H., *On the Convergence rate of Bonus-Malus Systems*, „ASTIN Bulletin” 1992, vol. 22, s. 217–223.
- Denuit M., Marechal X., Pitrebois S., Walhin J., *Actuarial Modelling of Claim Counts. Risk Classification, Credibility and Bonus-Malus Systems*, Wiley, England 2007, s. 647–659.
- Lemaire J., *Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance*, Kluwer, Boston 1995.
- Niemiec M., *Bonus-Malus Systems as Markov Set-Chains*, „ASTIN Bulletin” 2007, vol. 37, s. 53–65.
- Podgórska M., Śliwka P., Topolewski M., Wrzosek M., *Łańcuchy Markowa w teorii i w zastosowaniach*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2002.
- Szymańska A., *Statystyczna analiza systemów bonus-malus w ubezpieczeniach komunikacyjnych*, Wydawnictwo UE, Łódź 2014.
- Szymańska A., Małecka M., *Zastosowanie metody trapezów w ocenie efektywności taryfikacyjnej systemów bonus-malus ubezpieczeń komunikacyjnych OC*, w: *Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne*, red. Z. Zieliński, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Handlowej, Kielce 2013, s. 243–252.

* * *

Impact of the number of classes and transition rules of bonus-malus system on its efficiency in tariff setting

Summary

Insurance companies compete with each other in local markets and the insurance premium is one of the elements of this competition. It is widely believed that in Poland the motor liability insurance is decisive for the participation of the insurance company in the market. On the other hand, the technical result on the civil liability insurance of vehicle owners has been negative for some time. This demonstrates the need for changes in tariffs. One of the elements of ratemaking in civil liability motor insurance is the bonus-malus system. The paper investigates how a change in the rules of transition between classes and the increasing the number of classes impact the efficiency of bonus-malus systems for tariff setting. To assess this efficiency stochastic measures, based on the theory of Markov chains, were applied.

Keywords: MTPL insurance, effectiveness measures of bonus-malus systems, Markov chains