Monika Kośko

Wydział Informatyki i Ekonomii
Wyższa Szkoła Informatyki i Ekonomii w Olsztynie

Marta Kwiecień, Joanna Stempińska

Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

Identyfikacja punktów zwrotnych cykli koniunkturalnych wybranych krajów z wykorzystaniem modeli Markowa

1. Wstęp

Łańcuch Markowa jest procesem stochastycznym, którego bieżący stan jest uzależniony wyłącznie od stanu poprzedniego tego procesu. Modele budowane na idei łańcuchów Markowa są stosowane do modelowania procesów, które charakteryzują się pewnymi okresami (stanami), a zachowanie się tych procesów jest opisywane za pomocą prawdopodobieństwa przejścia z jednego stanu do drugiego. Cykliczne fluktuacje zjawisk ekonomicznych mogą być przedmiotem analizy przy zastosowaniu modeli przełącznikowych Markowa, które pozwalają na modelowanie gwałtownych i stopniowych zmian poziomów zmiennych ekonomicznych, co objawia się zmianą parametru modelu przełącznikowego jednocześnie ze zmianą stanu. Fazy cyklu koniunkturalnego można traktować właśnie jako takie okresy, które w terminologii łańcuchów Markowa nazywa się stanami lub reżimami. Zadaniem modeli opartych na łańcuchu Markowa jest identyfikacja stanów, ich charakterystyka oraz charakterystyka momentów przejścia pomiędzy stanami.

Artykuł prezentuje podstawowe pojęcia związane z cyklem koniunkturalnym, opisuje ideę modeli przełącznikowych typu Markowa (MS) oraz przedstawia próbę identyfikacji faz cykli koniunkturalnych na podstawie szeregów produktu krajowego brutto dla wybranych krajów.

2. Cykl koniunkturalny oraz punkty zwrotne cyklu

Zmienne makroekonomiczne używane do opisu aktywności gospodarczej podlegają nieustannym fluktuacjom. Pomimo iż intensywność zmian w kolejnych okresach charakteryzuje się różnym nasileniem, można zauważyć, że podlegają one pewnym prawidłowościom cyklicznym. W gospodarkach wolnorynkowych obserwuje się nierównomierny wzrost gospodarczy, który odznacza się wahaniami wielkości produkcji (realnego PKB[1]) wokół długookresowego trendu wzrostu gospodarczego. Odchylenia od trendu powtarzają się cyklicznie i mogą mieć łagodny lub bardziej gwałtowny przebieg. Powtarzalność wahań powoduje, że można zaobserwować występowanie w nich pewnych regularności, zwanych cyklami koniunkturalnymi[2]. Wyróżnia się cztery podstawowe fazy cyklu[3]:

1) kryzys (lub recesję w zależności od skali spadku produkcji),
2) depresję (lub dno kryzysu),
3) ożywienie gospodarcze,
4) wysoką koniunkturę, zwaną też rozkwitem gospodarczym (lub ekspansją).

Istotnym pojęciem w teorii cykli gospodarczych są tzw. punkty zwrotne, czyli momenty, w których wielkość produkcji osiąga ekstremum lokalne[4]. Badanie punktów zwrotnych jest bardzo ważne ze względu na powiązania wielkości produkcji z innymi procesami w gospodarce. W tym celu obserwuje się zmienne ekonomiczne, które podlegają wahaniom wcześniej lub w tym samym czasie co wielkość produkcji. Są to zmienne ekonomiczne o tzw. pro- lub antycyklicznym przebiegu.

---

[1] Produkt krajowy brutto (PKB) – stanowi miarę wielkości produkcji wytworzonej przez czynniki wytwórcze zlokalizowane na terytorium danego kraju, niezależnie od tego, kto jest ich właścicielem. Wskaźnik PKB uważany jest za miernik potencjału danej gospodarki, natomiast PKB w przeliczeniu na 1 mieszkańca wskazuje na poziom życia i zadowolenia przeciętnego mieszkańca danego kraju.

[2] Za tzw. definicję klasyczną cyklu koniunkturalnego uznaje się następującą myśl A.F. Burnsa i W.C. Mitchella: „Cykle koniunkturalne są pewnego rodzaju fluktuacjami obserwowanymi w ogólnej działalności gospodarczej narodów, które organizują swoją pracę głównie w formie przedsiębiorstw obliczonych na zysk. Cykl składa się z występującej mniej więcej w tym samym czasie w licznych dziedzinach działalności gospodarczej ekspansji, po której następuje podobnie powszechna recesja, okres kurczenia się działalności i potem ożywienia przechodzącego w fazę ekspansji kolejnego cyklu; ta sekwencja zmian powtarza się, ale nie periodycznie – pod względem długości cykle koniunkturalne wahają się od ponad jednego roku do 10 lub 12 lat". A.F. Burns, W.C. Mitchell, *Measuring Business Cycles*, NBER, New York 1946.

[3] M. Nasiłowski, *System rynkowy*, Wydawnictwo Key Text, Warszawa 2001, s. 379.

[4] Maksimum bądź minimum na wykresie cyklu.

W rozwiniętych gospodarkach wolnorynkowych w drugiej połowie XX w. pojawiły się czynniki stabilizujące koniunkturę gospodarczą, takie jak szybki postęp technologiczny, szybkość przepływu informacji, wzrost wydatków na dobra konsumpcyjne, stosunkowo łatwa dostępność kredytu, polityka stabilizacyjna. Powyższe czynniki powodują, że zmniejsza się amplituda wahań – wydłuża się faza ekspansji, a faza recesji ulega skróceniu. Na skutek tego cykl traci swoją regularność, a miejsce klasycznych cykli gospodarczych (8–10 lat) zaczęły zajmować cykle krótsze (3–4 lata). Na cykl w danym kraju oddziałuje również wiele czynników zewnętrznych, tj. np. przepływ kapitałów, zmiany kursów walut, polityka handlowa, zmiany technologiczne, klęski żywiołowe oraz wahania cen surowców. Pomimo osłabienia regularności cyklu nie może być on wyeliminowany całkowicie, ponieważ jest nieodłączną cechą gospodarki rynkowej. Zagadnieniem podziału cyklu koniunkturalnego zajmowało się wielu autorów. W literaturze często spotyka się koncepcję cyklu czterofazowego, ale można również spotkać koncepcję dwufazowego lub trójfazowego podziału cyklu. W koncepcji trójfazowej M.K. Evansa[5] kryterium wyznaczania faz cyklu stanowi relacja rzeczywistego tempa wzrostu do trendu. W pierwszej fazie występuje wzrost w tempie wyższym, niż wynika to z trendu, w fazie drugiej w tempie zbliżonym do trendu, natomiast w fazie trzeciej (w fazie spadku) w tempie niższym od trendu.

3. Łańcuch Markowa. Przełącznikowy model typu Markowa (MS)

Łańcuch Markowa[6] jest procesem stochastycznym, w którym zachowanie procesu w okresie bieżącym *t* zależy wyłącznie od jego zachowania w okresie poprzednim $t-1$. Przy założeniu, że proces ten może przyjmować pewne stany $s_1, s_2, ..., s_r$, prawdopodobieństwa warunkowe przejścia tego procesu ze stanu *i* do stanu *j* w jednym kroku można zapisać w postaci:

$$P\left(s_t = j \middle| s_{t-1} = i\right) = p_{ij}\left(t\right), \tag{1}$$

dla $i, j \in \left\{1, 2, \ldots, r\right\}$,

[5] M.K. Evans, *Macroeconomic activity. Theory forecasting and control*, New York 1970.

[6] Nazwa łańcuchy Markowa pochodzi od nazwiska rosyjskiego matematyka A. Markowa (1856–1922), który w 1906 r. zapoczątkował badania nad tymi procesami.

wówczas proces ten nazywa się łańcuchem Markowa I rzędu, przy założeniu $p_{ij} \geq 0$. Wartość r określa liczbę stanów (reżimów) łańcucha $s_t \in \{1,2,\ldots,r\}$. W badaniach nad cyklem koniunkturalnym stany łańcucha Markowa są zwykle odpowiednikami faz cyklu koniunkturalnego.

Prawdopodobieństwa warunkowe $p_{ij}(t)$ jednorodnego[7] łańcucha Markowa tworzą macierz prawdopodobieństw przejścia $\mathbf{P}$ o wymiarach $r \times r$.

Dla ergodycznego[8] łańcucha Markowa można wyznaczyć tzw. oczekiwany czas powrotu do stanu i ze wzoru postaci:

$$m(i) = \frac{1}{p_{ii}} \tag{2}$$

oraz tzw. oczekiwany czas trwania łańcucha w i-tym stanie, który dany jest następującym wzorem:

$$d(i) = \frac{1}{1 - p_{ii}}. \tag{3}$$

Na podstawie makrodanych (danych zagregowanych do postaci obserwowanych zmian struktury według stanów) możemy założyć, że $y_i(t)$ są ocenami nieznanych prawdopodobieństw dla $i \in \{1,2,\ldots,r\}$. Dla ocen parametrów łańcucha Markowa jest wykorzystywana zależność jednorodnego łańcucha Markowa wyrażona wzorem:

$$Y_t = Y_{t-1} P, \tag{4}$$

gdzie macierz P jest macierzą prawdopodobieństw przejścia.

Zależność (4) można traktować jako model ekonometryczny postaci[9]:

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{r} y_j(t-1)\, p_{ij} + u_i(t), \tag{5}$$

przy czym: $\sum_{i=1}^{r} y_i(t) = 1$,

---

[7] Łańcuch Markowa jest jednorodny, jeżeli prawdopodobieństwa przejścia procesu między stanami w jednym kroku $p_{ij}(t)$ są stałe w czasie i niezależne od czasu trwania procesu.

[8] Łańcuch Markowa jest ergodyczny, jeżeli w długim okresie czasu prawdopodobieństwa p_{ij} dla każdej pary i, j są zbieżne do wartości prawdopodobieństwa bezwarunkowego π_j (niezależnie od czasu).

[9] J. Stawicki, *Wykorzystanie łańcuchów Markowa w analizie rynków kapitałowych*, Wydawnictwo UMK, Toruń 2004, s. 28.

gdzie parametrami strukturalnymi są nieznane prawdopodobieństwa przejścia p_{ij} dla $i,j \in \{1,2,\ldots,r\}$ niezależne od czasu t i spełniające warunki: $p_{ij} \geq 0$ oraz $\sum_{i=1}^{r} p_{ij} = 1$, dla macierzy $P = [p_{ij}]_{i,j \in \{1,2,\ldots,r\}}$.

Oszacowane wartości p_{ij} – parametrów strukturalnych modelu (5) – pokazują prawdopodobieństwa przejścia łańcucha pomiędzy stanami, które są z góry określone wartościowo. Przełącznikowe modele typu Markowa stanowią bardziej rozbudowaną strukturę opisującą zachowanie się badanego procesu, opartą na idei łańcuchów Markowa, która nie wymaga tego, aby stany były określone. Jednym z założeń modeli przełącznikowych jest to, że stany nie są bezpośrednio obserwowalne. Estymacja modelu przełącznikowego typu Markowa pozwala na wyznaczenie wartości wybranych parametrów procesu w danym stanie (średnia, stała modelu, odchylenie standardowe) oraz wyznaczenie prawdopodobieństw znalezienia się procesu w stanie w danym momencie w czasie.

Jednorównaniowy przełącznikowy model typu Markowa MS (*Markov switching*) dla szeregu czasowego y_t z rzędem opóźnienia p oraz liczbą stanów r dany jest wzorem:

$$y_t - \mu(s_t) = \alpha_1 \left(y_{t-1} - \mu(s_{t-1})\right) + \ldots + \alpha_p \left(y_{t-p} - \mu(s_{t-1})\right) + \varepsilon_t \tag{6}$$

$$\varepsilon_t \sim NID\left(0, \sigma^2(s_t)\right),$$

gdzie:

$\alpha_1, \ldots, \alpha_p$ – parametry autoregresji,

$\alpha_0(s_t)$ – wyraz wolny,

μ – wartość oczekiwana procesu Y,

σ^2 – wariancja składnika losowego modelu danego wzorem (6),

$\alpha_0(s_t)$, $\mu(s_t)$, $\sigma^2(s_t)$ – parametry podlegające przełączeniom między stanami. Elementy zbioru $\{s_1, s_2, \ldots, s_r\}$ są realizacjami nieobserwowalnej zmiennej S, która posiada własność Markowa I rzędu, co można zapisać wzorem (1). Prawdopodobieństwa $p_{ij}(t)$ tworzą macierz prawdopodobieństw przejścia **P**. Zgodnie z założeniami koncepcji modeli przełącznikowych stan s_t w momencie t nie jest bezpośrednio obserwowalny. Nieobserwowalnym procesem, który przełącza się między r stanami zgodnie z procesem Markowa I rzędu, jest w zależności od rodzaju modelu wartość oczekiwana μ_{y_t}, stała α_0 lub wariancja składnika losowego σ_ε^2, możliwe są też równoczesne przełączenia parametrów między stanami.

4. Zastosowanie przełącznikowego modelu typu Markowa (MS) w analizie i prognozowaniu cyklu koniunkturalnego

W niniejszym artykule wykorzystano strukturę łańcuchów modeli przełącznikowych do określenia faz oraz punktów zwrotnych cykli koniunkturalnych wybranych krajów oraz zaprognozowania punktów zwrotnych cyklu na podstawie szeregów PKB. W części artykułu dotyczącej opracowania empirycznego przedstawiono przykład zastosowania modeli przełącznikowych typu Markowa (MS). W badaniu wykorzystano jako miarę aktywności gospodarczej szeregi PKB w ujęciu kwartalnym. Dane pochodzą z okresu od I kwartału 1960 r. do II kwartału 2014 r. w zależności od analizowanego kraju. Z uwagi na potrzebę używania długich szeregów obserwacji do badania wykorzystano dane z najdłuższych dostępnych okresów, stąd często są one różne dla różnych państw. Analizą objęto następujące kraje: 1) kraje członkowskie strefy euro: Austrię, Belgię, Finlandię, Francję, Hiszpanię, Holandię, Irlandię, Luksemburg, Niemcy, Włochy, Słowenię, oraz 2) Polskę, Czechy, Estonię, Słowację, Węgry, Wielką Brytanię, Danię, Norwegię, Portugalię, Szwecję, Szwajcarię, Turcję i Rosję. W celu sprowadzenia szeregów do stacjonarności wyznaczono logarytmiczne stopy zwrotu[10] R_{PKB}.

Model przełącznikowy typu Markowa (MS) nie wymaga wartościowego określenia stanów, ponieważ stany te podlegają estymacji co do parametrów takich jak wartość oczekiwana czy odchylenie standardowe procesu w danym stanie. Dla szeregów stóp zwrotu PKB analizowanych państw (LN_RPKB) oszacowano modele przełącznikowe z dwoma stanami MSMH (2)[11] oraz modele przełącznikowe z trzema stanami MSMH (3). Model MSMH (2) zakłada podział cyklu na dwie fazy – ekspansji i recesji. Model z trzema stanami MSMH (3) z jednoczesnym przełączeniem procesu w średniej i odchyleniu standardowym dzieli cykl na trzy fazy: łagodnego wzrostu, spadku oraz silnego wzrostu PKB. Wyniki estymacji wybranych modeli przedstawiono w tabelach 1 i 2. Modele te zostały wybrane jako przykłady modeli odpowiednio z dwoma i trzema stanami, mające najlepsze kryteria informacyjne oraz najwyższe prawdopodobieństwa pozostawania procesu w stanach.

[10] Logarytmiczna stopa zwrotu dana jest wzorem $\ln R_{PKB} = \ln\left(PKB_t\right) - \ln\left(PKB_{t-1}\right)$.

[11] Przeprowadzono estymację dla modeli z przełączeniem w średniej oraz w odchyleniu standardowym, wyboru modelu dokonano na podstawie wartości współczynnika logarytmu największej wiarygodności log L.

Tabela 1. Wyniki estymacji modeli przełącznikowych Markowa MSMH (2) – przełączenie w średniej i odchyleniu standardowym dla szeregu stóp zwrotu PKB wybranych państw

	Austria		Estonia		Rosja		Wielka Brytania		Włochy	
μ_1 –	–0,038 [0,243]		–0,021 [0,697]		–0,0241 [0,444]		–0,710 [0,243]		0,5987 [0,347]	
μ_2 –	1,289 [0,885]		0,688 [0,36]		0,0086 [0,984]		0,004 [0,885]		–0,0424 [0,18]	
σ_1 –	0,2497		0,2908		0,1669		3,3989		4,3914	
σ_2 –	3,2813		2,5409		1,8541		0,3223		0,3285	
p_{11} p_{12}	0,9324	0,0676	0,9043	0,0957	0,9417	0,0583	0,6217	0,3783	0,5220	0,4780
p_{21} p_{22}	0,3319	0,6681	0,2885	0,7115	0,0829	0,9171	0,0912	0,9088	0,1447	0,8553
m_1 m_2	1,07	1,50	1,11	1,45	1,06	1,09	1,61	1,10	1,91	1,17
d_1 d_2	14,79	3,01	10,45	3,46	17,14	12,06	2,64	10,96	2,09	6,91
LogL	–70,04		–69,99		–43,29		–231,88		–264,53	
Kryterium Schwartza	–83,85		–82,86		–56,12		–248,22		–280,60	
Kryterium Akaikego	–76,04		–75,99		–49,29		–237,86		–237,86	
Test Boxa–Pierca	0,53 [1]		4,22 [0,979]		15,47 [0,217]		0,53 [0.1]		3,63 [0,989]	

Obliczenia wykonane w programie TSM (*Time Series Modelling v. 4.23*). W nawiasach [*] umieszczono wartości prawdopodobieństwa empirycznego *p-value*.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Wyniki estymacji modeli przełącznikowych Markowa MSMH (3) – przełączenie w średniej i odchyleniu standardowym dla szeregu stóp zwrotu PKB wybranych państw

	Polska			Estonia			Rosja		
μ_1 –	–0,0378			0,6877			–0,0770		
μ_2 –	0,3486			–0,0206			0,0139		
μ_3 –	–0,4491			3,8703			0,0224		
σ_1 –	0,1045			2,5409			0,2600		
σ_2 –	0,2757			0,2908			0,0723		
σ_3 –	0,2560			7,557			1,9311		
p_{11} p_{12} p_{13}	0,7970	0,0000	0,2030	0,7115	0,2885	0,0000	0,7530	0,1724	0,0746
p_{21} p_{22} p_{23}	0,1935	0,8065	0,0000	0,0957	0,9043	0,0000	0,2428	0,7572	0,0000
p_{31} p_{32} p_{33}	0,0000	0,2769	0,7223	0,0160	0,0154	0,9686	0,0000	0,0694	0,9306
m_1 m_2 m_3	1,25	1,24	1,38	1,41	1,10	1,03	1,32	1,32	1,07
d_1 d_2 d_3	4,93	5,17	3,61	3,46	10,45	31,86	4,05	4,11	14,4
LogL	–11,31			–69,99			–35,32		
Kryterium Schwartza	–37,06			–95,74			–60,98		
Kryterium Akaikego	–23,32			–81,99			47,33		
Test Boxa–Pierca	Q (12) = 2,69 [0.99]			Q (12) = 4,22 [0,979]			Q (12) = 17,04 [0,148]		

Obliczenia wykonane w programie TSM (*Time Series Modelling v. 4.23*).
Źródło: opracowanie własne.

Wybrane modele przedstawione w tabelach 1 i 2 mają stosunkowo wysokie wartości prawdopodobieństw pozostania procesu w stanie (p_{ii}), co pokazuje, że wyróżnione stany można traktować jak stosunkowo trwałe okresy, które mogą reprezentować fazy cyklu koniunkturalnego.

Wyniki estymacji modeli MSMH (2) pokazują, że w fazie ekspansji odchylenia standardowe kształtują się na wyższym poziomie w porównaniu z odchyleniami standardowymi w fazie recesji. Przykładowo, dla Estonii średnia stopa zwrotu PKB w fazie wzrostu wynosi 0,69%, odchylenie standardowe – 2,54%, natomiast w fazie spadku średnia ta wynosi –0,02%, odchylenie standardowe – 0,29%.

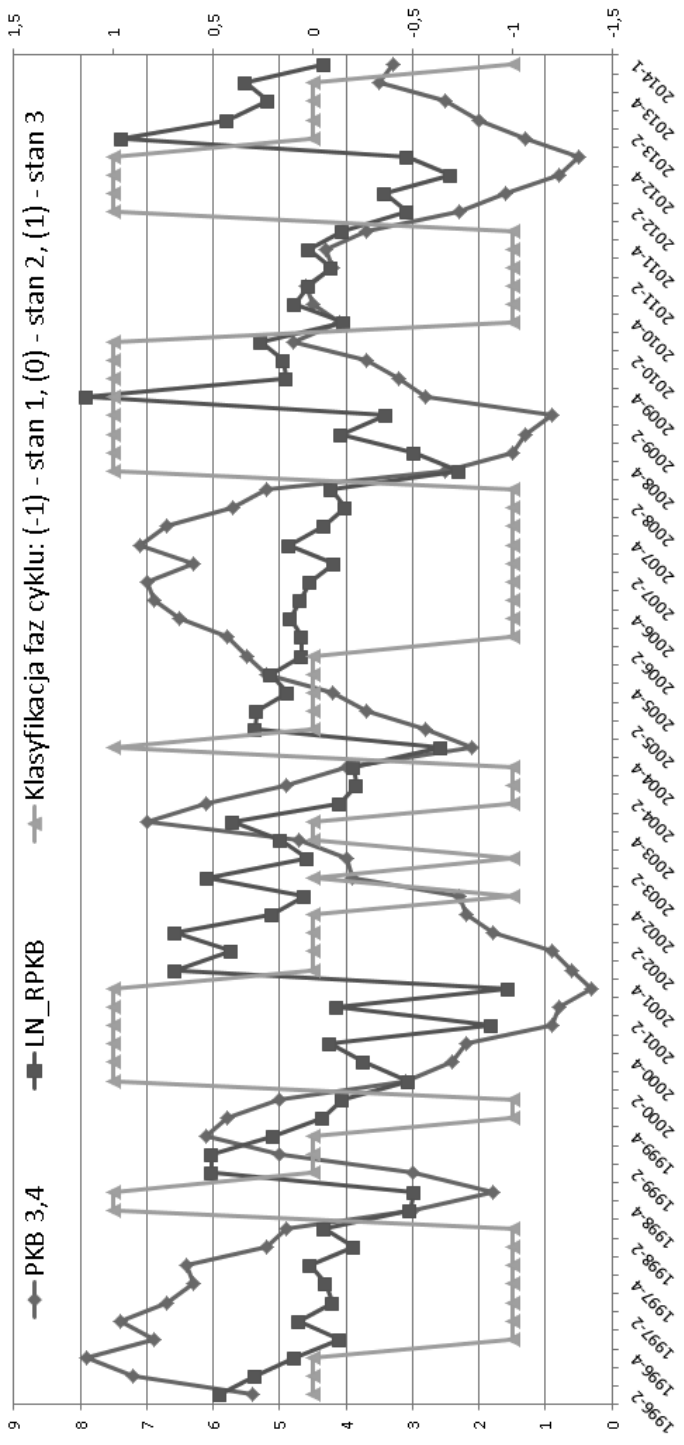
Do bardziej szczegółowego omówienia wybrano model MSMH (3) dla Polski z uwagi na wyższą wartość wskaźnika największej wiarygodności logL. Wyniki w tabeli 1 dla modelu MSMH (3) pokazują, że:

- stan 1 to stan łagodnego spadku PKB (średnia wynosi –0,04%) oraz stosunkowo niewielkiego zróżnicowania (odchylenie standardowe wynosi 0,11%);
- stan 2 to stan silnego wzrostu PKB (średnia wynosi 0,35%) oraz zwiększonego zróżnicowania (odchylenie standardowe wynosi 0,28%);
- stan 3 to stan silnego spadku PKB (średnia wynosi –0,45%) oraz zwiększonego zróżnicowania (odchylenie standardowe wynosi 0,26%);

Wielkości prawdopodobieństw przejścia pomiędzy stanami łańcucha modelu MSMH (3) pokazują, że:

- proces, będąc w stanie 1, w kolejnym kwartale pozostanie w nim z prawdopodobieństwem $p_{11} = 0,7970$ lub przejdzie do stanu 3 z prawdopodobieństwem $p_{13} = 0,2030$;
- proces, będąc w stanie 2, w kolejnym kwartale pozostanie w nim z prawdopodobieństwem $p_{22} = 0,8065$ lub przejdzie do stanu 1 z prawdopodobieństwem $p_{21} = 0,1935$;
- proces, będąc w stanie 3, w kolejnym kwartale pozostanie w nim z prawdopodobieństwem $p_{33} = 0,7223$ lub przejdzie do stanu 2 z prawdopodobieństwem $p_{32} = 0,2769$.

Wykres 1 prezentuje szereg polskiego PKB, szereg stóp zwrotu PKB oraz linię pokazującą, w którym ze stanów w danym momencie znajduje się szereg stóp zwrotu PKB (LN_RPKB), na podstawie modelu MSMH (3).



Rysunek 1. Klasyfikacja trzech stanów (faz cyklu) dla szeregu PKB dla Polski oraz szeregu stopy zwrotu PKB

Źródło: opracowanie własne.

Analizując wielkości średniego oczekiwanego czasu trwania procesu w trzech stanach na podstawie modelu MSMH (3), można zauważyć, że:

– proces w 1 stanie przebywał średnio 4,93 kwartału ($d_1 = 4{,}93$);
– proces w 2 stanie przebywał średnio 5,17 kwartału;
– proces w 3 stanie przebywał średnio 3,61 kwartału.

W związku z tym można wnioskować, iż proces PKB w 2014 r. znajdował się w stanie 2. Po przebywaniu w stanie 2 przez 5 kwartałów powinien przejść do stanu 1 (spadek dynamiki PKB), co wynika z analizy macierzy prawdopodobieństw przejścia **P** (tabela 1), która pokazuje, że proces ze stanu 2 przechodzi do stanu 1 – $p_{21} = 0{,}1935$. W stanie 1 natomiast proces przebywa średnio 5 kwartałów, po czym powinien przejść do stanu 3 (silny spadek – $p_{13} = 0{,}2030$). Prognoza sformułowana na podstawie modelu przełącznikowego MSMH (3) cyklu koniunkturalnego w Polsce pokazuje, że w III kwartale 2014 r. PKB powinno się znaleźć w stanie 1.

5. Podsumowanie

Artykuł przedstawia metodę identyfikacji faz cyklu koniunkturalnego oraz prognozę punktów zwrotnych cyklu na podstawie szeregu PKB w okresie od I kwartału 1960 r. do II kwartału 2014 r. Prezentowaną metodą są modele oparte na ideologii łańcuchów Markowa. Identyfikacja trzech faz cyklu z ich wykorzystaniem (recesja, szybki wzrost, umiarkowany wzrost) jest oparta na podziale fazy cyklu koniunkturalnego prowadzonego przez M.K. Evansa[12]. W przypadku modeli przełącznikowych typu Markowa (MS) stany nie muszą być określane, ponieważ nie są one bezpośrednio obserwowalne, a model szacuje prawdopodobieństwa znalezienia się procesu w stanie w danym momencie. Wybrany model przełącznikowy MSMH (3) zbudowany dla szeregu polskiego PKB zidentyfikował trzy fazy cyklu (łagodny spadek, silny spadek, silny wzrost PKB). Proces w każdym ze stanów jest stosunkowo stabilny – model przedstawia wysokie prawdopodobieństwa trwania procesu w stanie. Prognoza punktów zwrotnych cyklu na podstawie tego modelu pokazuje, że w III i IV kwartale 2014 r. proces będzie przebywał w stanie 1, następnie powinien przejść do stanu 3 oraz w kolejnym okresie (II kwartale 2016 r.) do stanu 2. W celu rozbudowania struktury modelu przełącznikowego MS (wielorównaniowy model MS-VAR) w kolejnych etapach

[12] M.K. Evans, op.cit.

badań otrzymane wyniki mogą być poszerzone o wyniki uzyskane z modeli MS dla innych szeregów makroekonomicznych wykazujących cechy cykliczności.

Bibliografia

Burns A.F., Mitchell W.C., *Measuring Business Cycles*, NBER, New York 1946.

Charemza W., Deadman D., *Nowa ekonometria*, PWE, Warszawa 1997.

Evans M.K., *Macroeconomic activity. Theory forecasting and control*, New York 1970.

Fic T., *Cykl koniunkturalny w Polsce. Wnioski z modeli Markowa*, w: *Metody ilościowe w naukach ekonomicznych*, red. A. Welfe, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2007.

Goldfeld S.M., Quandt R.E., *A Markov model for switching regressions*, „Journal of Econometrics" 1973, vol. 1, s. 3–16.

Hamilton J.D., *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*, „Econometrica" 1989, vol. 57.

Hamilton J.D., *Time series analysis*, Princeton University Press, Princeton 1994.

Konopczak K., *Analiza zbieżności cyklu koniunkturalnego gospodarki polskiej ze strefa euro na tle krajów Europy Środkowo-Wschodniej oraz państw członkowskich strefy euro*, NBP, 2012.

Kośko M., *Modelowanie polskiego cyklu koniunkturalnego z wykorzystaniem przełącznikowego modelu typu Markowa (Markov switching)*, „Prace i Materiały" Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego, nr 4/2, *Modelowanie i prognozowanie gospodarki narodowej*, Sopot 2009.

Krolzig H.-M., *Econometric Modelling of Markov Switching Vector Autoregressions using MSVAR for Ox*, Institute for Economics and Statistics, Oxford 1997.

Krolzig H.-M., *Markov-switching procedures for dating the Euro-zone business cycle*, „Quarterly Journal of Economic Research" 2001, vol. 3, s. 339–351.

Madalla G.S., *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.

Nasiłowski M., *System rynkowy*, Wydawnictwo Key Text, Warszawa 2001.

Podgórska M., Śliwa P., Tobolewski M., Wrzosek M., *Łańcuchy Markowa w teorii i w zastosowaniach*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2002.

Sichel D.E., *Inventories and the three phases of the business cycle*, „Journal of Business and Economic Statistics" 1994, vol. 12, s. 269–278.

Skrzypczyński P., *Metody spektralne w analizie cyklu koniunkturalnego gospodarki polskiej*, „Materiały i Studia", nr 52, Warszawa 2010.

Stawicki J., *Wykorzystanie łańcuchów Markowa w analizie rynków kapitałowych*, Wydawnictwo UMK, Toruń 2004.

* * *

Use of the Markov switching models for identification of turning points in the business cycles of selected countries

Summary: The article presents an example of application of the Markov switching models (MS) to identify phases and turning points in the business cycles of selected countries, including Poland. Models are calculated on the basis of GDP series. The Markov switching models constitute a more developed structure of Markov chains. In the MS models it is not necessary to determine states (regimes), because they are unobservable. However, based on the value of the transition probabilities between the states, moments of transition between states and the time of being in the states can be predicted. With regard to business cycles, the states of the process match the phases of the business cycle. The Markov switching model identifies these states and allows to calculate the most important statistic values such as the mean and variance (in states) and to forecast turning points of business cycles.

Keywords: business cycle, turning points of business cycle, Markov chains, Markov switching models