

PANELOWE TESTY KOINTEGRACJI – TEORIA I ZASTOSOWANIA

1. Wstęp

Najczęściej, jeżeli nie w większości przypadków, hipotezy ekonomiczne odpowiadają w terminologii ekonometrycznej relacjom długookresowym. Dlatego też rozważania przedstawione w niniejszym artykule zostały ukierunkowane na metody wykrywania relacji długookresowych dla danych przekrojowo-czasowych, z położeniem akcentu na możliwości oraz ograniczenia omawianych procedur, a także na wskazanie potencjalnych błędów we wnioskowaniu, które mogą wynikać z niedopasowania testu do specyfiki procesu generującego dane. Do podstawowych testów kointegracji w ujęciu panelowym zalicza się procedury zaproponowane przez McCoskey i Kao¹, Kao², Pedroniego³ oraz wykorzystanie testu Fishera do indywidualnych wyników testu kointegracji Johansena⁴. Testy McCoskey i Kao, Kao oraz Pedroniego,

¹ S. McCoskey, C. Kao, *A residual-based test of the null of cointegration in panel data* „Econometric Reviews” 1998, vol. 17, s. 57–84.

² C. Kao, *Spurious regression and residual-based tests for cointegration in panel data*, „Journal of Econometrics” 1999, vol. 90, s. 1–44.

³ P. Pedroni, *Panel cointegration: asymptotic and finite sample properties of pooled time series tests with an application to the PPP hypothesis*, „Econometric Theory” 2004, vol. 20, s. 597–625; P. Pedroni, *Critical values for cointegration tests in heterogeneous panels with multiple regressors*, „Oxford Bulletin of Economics and Statistics” 1999, vol. 61, s. 653–670.

⁴ G.S. Maddala, S. Wu, *A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test*, „Oxford Bulletin of Economics and Statistics” 1999, Special Issue, s. 631–652.

mają zastosowanie do poszukiwania jednej relacji długookresowej. Natomiast zastosowanie metody Johansena pozwala ustalić liczbę wektorów kointegrujących w modelach panelowych z wieloma zmiennymi objaśniającymi. Artykuł ten składa się z pięciu części, przedstawiając kolejno testy panelowej kointegracji dla przypadku jednej i wielu zmiennych objaśniających, występujących w przekroju. Rozważania teoretyczne w części czwartej zostały zilustrowane wynikami badań własnych autorki, związanych z ewaluacją międzynarodowej mobilności kapitału w Unii Europejskiej przy wykorzystaniu podejścia Feldsteina i Horioki.

2. Panelowe testy kointegracji wzorowane na procedurze Engle'a – Grangera

Ogólnie sformułowany proces generujący dane dla celu badania kointegracji panelowej zakłada heterogeniczność efektów indywidualnych i , indywidualne wartości współczynników nachylenia trendu i oraz parametrów i , co prowadzi do następującej postaci modelu ogólnego:

$$y_{it} = \alpha_i + \delta_i t + \beta_{1i} x_{1i,t} + \beta_{2i} x_{2i,t} + \dots + \beta_{Mi} x_{Mi,t} + e_{it}, \quad (1)$$

dla $i = 1, 2, \dots, N$; $t = 1, 2, \dots, T$; $m = 1, 2, \dots, M$,

gdzie $(y_{it}, x_{it}) \sim I(1)$ to procesy zintegrowane w stopniu pierwszym.

Procedury testów MCK, K i P są analogiczne do postępowania zaproponowanego przez Engle'a i Grangera⁵. Jest to procedura dwuetapowa. W pierwszym kroku oszacowaniu, wskazaną metodą estymacji, podlega model analizowanej zależności (1), a na etapie drugim przeprowadza się badanie stacjonarności reszt na podstawie regresji pomocniczej dla każdej jednostki panelu.

Jeżeli poddana badaniu relacja pomiędzy zmiennymi niestacjonarnymi zintegrowanymi w stopniu pierwszym jest skointegrowana, reszty tej relacji powinny być generowane przez proces stacjonarny. W przypadku, gdy nie występuje relacja kointegrująca pomiędzy rozpatrywanymi wielkościami, reszty będą generowane przez proces niestacjonarny.

Test Kao (1999)

Dla przypadku dwuwymiarowego, opisanego przez Kao⁶, model generujący dane panelowe można przedstawić jako:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta x_{it} + e_{it}, \quad (2)$$

⁵ R. Engle, C. Granger, *Co-integration and error correction representation, estimation and testing*, „Econometrica” 1987, vol. 55, s. 251–276.

⁶ Por. także P. Kęblowski, *Modele zintegrowanych szeregów przekrojowoczasowych*, w: *Gospodarka oparta na wiedzy*, red. W. Welfe, PWE, Warszawa 2007, s. 173–199.

dla

$$x_{it} = x_{it-1} + \eta_{it}, \quad (3),$$

$$x_{it} = x_{it-1} + \eta_{it}, \quad (4),$$

gdzie: $i = 1, 2, \dots, N$; $t = 1, 2, \dots, T$.

Odnosząc się do ogólnego procesu generującego dane panelowe, trzeba zauważyć, że proces opisany relacją (2) jest szczególnym przypadkiem (1), w którym wystarczy przyjąć założenie, że nie występuje trend liniowy (czyli współczynniki δ_i są równe 0), zbiór zmiennych objaśniających został ograniczony do jednej zmiennej x_{it} , a współczynniki β_i są homogeniczne. Tak jak w równaniu (1) występują zróżnicowane efekty indywidualne α_i .

W takim przypadku Kao proponuje oszacowanie równań pomocniczych w postaci regresji łącznej (ang. *pooled auxiliary regression*), które można przedstawić jako:

$$\hat{e}_{it} = \rho \hat{e}_{it-1} + v_{it} \quad (5)$$

lub też

$$\hat{e}_{it} = \tilde{\rho} \hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^p \varphi_{ij} \Delta \hat{e}_{it-j} + v_{it}, \quad (6)$$

gdzie: \hat{e}_{it} – szereg reszt modelu (2); $v_{it} \sim i.i.d.(0, \sigma_v^2)$ – składnik losowy równania pomocniczego (regresji łącznej) odpowiednio – (5) lub (6).

Hipotezy testu Kao są sformułowane następująco:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \rho = 1, \quad (7)$$

a hipoteza alternatywna:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \rho < 1. \quad (8)$$

Przy założeniu prawdziwości H_0 (brak kointegracji) Kao wykazuje, że sprawdziany testu: $DF_p, DF_t, DF_p^*, DF_t^*$ wyznaczone na podstawie regresji pomocniczej (5) oraz ADF dla regresji (6) są asymptotycznie zbieżne do $N(0,1)$ dla $T \rightarrow \infty$ i $N \rightarrow \infty$. Oszacowane wariancje krótko- i długookresowe są wyznaczone jako: $\sigma_v^2 = \sigma_u^2 - \sigma_{u\eta}^2 \sigma_\eta^{-2}$ oraz $\sigma_{0v}^2 = \sigma_{0u}^2 - \sigma_{0u\eta}^2 \sigma_{0\eta}^{-2}$. W przypadku występowania korelacji seryjnej v_{it} zaleca się stosowanie sprawdzianów DF_p^*, DF_t^* lub też ADF .

Wyniki symulacji Monte Carlo, przedstawione przez Kao, pokazują, że zniekształcenia rozmiaru testu w skończonych próbach przy wykorzystaniu sprawdzianów DF_p^*, DF_t^* są mniejsze niż w przypadku zastosowania sprawdzianów DF_p, DF_t i ADF . Jednocześnie warto zauważyć, że sprawdziany DF_p, DF_t są bardziej odporne na błędy specyfikacji w porównaniu do pozostałych. Rozkłady asymptotyczne testów zostały wyprowadzone przy założeniu sekwencyjnej zbieżności T i N , czyli zakłada się, że liczba okresów wzrasta szybciej niż liczba jednostek w panelu.

Testy Kao zakładają identyczność (homogeniczność) parametrów β rozpatrywanej relacji. W wielu przypadkach właściwym założeniem jest rozpatrywanie zróżnicowanych parametrów dla poszczególnych jednostek panelu, a więc rozpatrywanie modelu ogólnego (1). Zazwyczaj zakłada się, że nie występuje jednoczesna korelacja zmiennych dla poszczególnych jednostek panelu oraz jednocześnie że macierze wariancji-kowariancji dla poszczególnych jednostek mogą się różnić.

Testy Pedroniego

Pedroni⁷ zaproponował szereg testów⁸ dla ogólnego modelu generującego dane panelowe, tzn. zawierającego zróżnicowane efekty indywidualne α_i , jak i heterogeniczne parametry β_i oraz współczynniki trendu liniowego δ_i . Procedura postępowania, tak jak w przypadku testów zaproponowanych przez Kao, jest dwuetapowa. Na pierwszym etapie szacowane są parametry ogólnego modelu panelowego (1), a następnie przeprowadzane jest badanie stacjonarności reszt na podstawie regresji pomocniczych dla poszczególnych jednostek panelu. Równania pomocnicze, szacowane jako regresje łączne, mają postać analogiczną do równań (5) oraz (6), z tą tylko różnicą, że uwzględniają indywidualnie zróżnicowany parametr autoregresyjny ρ_i oraz że liczba opóźnień p_i regresji pomocniczej testu *ADF* może przyjmować zróżnicowane wartości dla poszczególnych jednostek panelu. W przypadku testów Pedroniego występują dwa rodzaje hipotez alternatywnych:

- zakładająca homogeniczność parametru ρ_i , określana przez Pedroniego mianem testu wewnątrz grupowego albo testu panelowego (ang. *withindimension, panel statistics test*):

$$H_A : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \rho < 1, \quad (9)$$

- zakładająca heterogeniczność parametru ρ_i , nazwana przez Pedroniego testem grupowym (ang. *between dimension, group statistics test*):

$$H_A : \rho_i < 1 \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, N, \quad (10)$$

przy założeniu, że $\lim_{N \rightarrow \infty} (m/N) = \delta$, $0 < \delta \leq 1$.

Statystyka panelowa $Z_{N,T}$ Pedroniego jest wyznaczana na podstawie reszt regresji pomocniczej typu (5) lub (6). Pedroni pokazuje, że standaryzowana statystyka panelowa jest asymptotycznie zbieżna do rozkładu normalnego:

⁷ P. Pedroni, *Panel cointegration...*, op.cit., s. 653–670.

⁸ Łącznie 11 sprawdzianów testu panelowej kointegracji.

$$\frac{Z_{N,T} - \sqrt{N}}{\sqrt{\omega}} \rightarrow N(0,1), \quad (11)$$

gdzie μ i ω są wartościami ustalonymi na podstawie symulacji Monte Carlo.

Dla wariantu homogenicznej hipotezy alternatywnej oddzielnie jest wyznaczana średnia z liczników i mianowników statystyk *DF* oraz *ADF* dla poszczególnych jednostek panelu, a iloraz tych wartości podlega standaryzacji według formuły (11) przy wykorzystaniu współczynników korekty stabilizowanych w artykule Pedroniego z 1999 r.

Druga grupa testów, tzw. grupowych, analogicznie do podejścia *Ima-Pesaran-Shina*, polega na uśrednianiu statystyk dla poszczególnych jednostek panelu, a następnie standaryzacji zgodnie z formułą (11)⁹.

3. Panelowe testy kointegracji wzorowane na procedurze Johansena

Zastosowanie procedury Johansena do badania kointegracji panelowej, zaproponowane przez Maddalę i Wu¹⁰, polega na wykorzystaniu wyników badania kointegracji poszczególnych jednostek panelu w celu uzyskania statystyki panelowej zgodnie z propozycją Fishera z 1932 r.

Przypomnijmy, że procedura łączenia indywidualnych niezależnych wyników polega na odpowiednim łączeniu prawdopodobieństw empirycznych (ang. *p-values*). W przypadku, gdy statystyki testu są ciągłe, poziomy istotności π_i ($i = 1, 2, \dots, N$) są niezależnymi zmiennymi, a wyrażenie $-2 \log_e \pi_i$ ma rozkład $\chi^2(2)$. Biorąc pod uwagę właściwość addytywności zmiennych o rozkładzie χ^2 , można zauważyć, że suma logarytmów prawdopodobieństw empirycznych $\gamma = -2 \sum_{i=1}^N \log_e \pi_i$ indywidualnych testów będzie miała rozkład χ^2_{2N} – co jest istotą testu Fishera. Maddala i Wu zaproponowali stosowanie testu Fishera zarówno do badania występowania pierwiastków jednostkowych w panelu danych, jak i do badania kointegracji panelowej zgodnie z propozycją Johansena.

Zapis blokowo-diagonalny rozpatrywanego systemu umożliwia modelowanie każdej jednostki panelu niezależnie od pozostałych, co oznacza, że rząd kointegracji jest wyznaczany dla każdej jednostki oddzielnie, a parametry struktury długo- i krótkookresowej nie pozostają ze sobą w żadnej zależności. W praktyce modelowaniu poddawane są podsystemy postaci:

⁹ Por. P. Pedroni, *Panel cointegration...*, op.cit., s. 602–605.

¹⁰ G.S. Maddala, S. Wu, op. cit., s. 631–652.

$$\Delta y_{it} = \Pi_{it} y_{i,t-1} \sum_{k=1}^{p-1} \Gamma_{ii,k} \Delta y_{i,t-k} + \eta_{it}, \quad (12)$$

gdzie:

- Π_{ii} – macierz $M \times M$ mnożników całkowitych (ang. *total impact multipliers matrix*),
- $\Gamma_{ii,k}$ – macierze $M \times M$ współczynników oznaczających dostosowania krótkookresowe (ang. *short-run adjustment co-efficient matrix*).

Ustalenie liczby wektorów kointegrujących polega na wyznaczeniu rzędu macierzy Π_{ii} . Jeżeli zmienne są skointegrowane, rząd macierzy Π_{ii} wynosi r_i ($0 < r_i < M$), gdzie r_i oznacza liczbę wektorów kointegrujących danej jednostki panelu.

Podstawą testów zaproponowanych przez Johansena¹¹ jest wykorzystanie faktu, że rząd macierzy ii jest równy liczbie jej niezerowych pierwiastków charakterystycznych λ_{ik} , a ślad macierzy sumie wszystkich jej pierwiastków charakterystycznych. W przypadku braku kointegracji pomiędzy zmiennymi, rząd macierzy Π_{ii} jest równy 0, czyli odpowiada sytuacji braku niezerowych pierwiastków charakterystycznych macierzy. Wnioskowanie dotyczące liczby wektorów kointegrujących dla poszczególnych jednostek panelu przeprowadza się na podstawie statystyki śladu $\Lambda_{trace}(r_i)$ lub też statystyki maksymalnej wartości własnej $\Lambda_{max}(r_i, r_{i+1})$ ¹².

W przypadku obydwu testów rozkłady statystyk są niestandardowe. Większość pakietów ekonometrycznych wykorzystuje wartości statystyki wyznaczone na podstawie wartości prawdopodobieństw empirycznych i stabilizowanych przez MacKinnona, Hauga i Michelisa¹³.

Przedstawiając macierz Π_{ii} jako iloczyn dwóch macierzy o pełnym rzędzie kolumnowym i wymiarach $M \times r_i$ w postaci $\Pi_{ii} = B_{ii} A_{ii}$, model (12) można zapisać jako:

$$\Delta y_{it} = B_{ii} A_{ii}' y_{i,t-1} + \eta_{it}. \quad (13)$$

Kolumny macierzy B_{ii} zawierają r_i ortogonalnych wektorów kointegrujących. Kolumny macierzy A_{ii} są określane mianem współczynników dostosowawczych. Jeśli wektory kointegrujące tworzą kombinacje liniowe, którym można nadać interpretację relacji długookresowych, współczynniki te określają siłę i kierunek wpływu odchyień od stanu równowagi długookresowej na system, a więc charakteryzują efekt korekty błędem.

Jednoznaczna identyfikacja macierzy A_{ii} i B_{ii} wymaga nałożenia warunków ograniczających (restrykcji) na elementy macierzy B_{ii} , z których r_i danych jest przez

¹¹ S. Johansen, *Statistical analysis of cointegration vectors*, „Journal of Economic Dynamic and Control” 1988, vol. 12, s. 231–254.

¹² Por. M. Kokocińska, K. Strzała, *Zintegrowany system oceny aktywności przedsiębiorstw i prognozowania kategorii makroekonomicznych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2007; P. Kębłowski, op.cit., s. 173–197.

¹³ J.G. MacKinnon, A.A. Haug, L. Michelis, *Numerical distribution functions of likelihood ratio tests for cointegration*, „Journal of Applied Econometrics” 1999, vol. 14, s. 563–577.

normalizację wektorów kointegrujących. Źródłem kolejnych ii restrykcji jest teoria ekonomii, która pozwala na zidentyfikowanie wektorów kointegrujących jako relacji długookresowych.

W przypadku procedury Johansena ważną kwestią jest specyfikacja elementów deterministycznych w wektorze kointegrującym. Wartości krytyczne statystyk $\Lambda_{trace}(r_i)$ oraz statystyki maksymalnej wartości własnej $\Lambda_{max}(r_i, r_i+1)$ są wrażliwe na obecność wyrazu wolnego i/lub trendu liniowego w wektorze kointegrującym, co powoduje konieczność weryfikowania obecności elementów deterministycznych przed ustaleniem liczby wektorów kointegrujących. Standardowo rozpatruje się cztery lub pięć możliwości ukształtowania elementów deterministycznych w procesie generującym obserwacje (zamiennie – w modelu VAR) i w wektorze kointegrującym¹⁴.

Warto na końcu zauważyć, że propozycja Maddali i Wu polega na wnioskowaniu o występowaniu kointegracji zmiennych w modelu panelowym, ale na podstawie przeprowadzonych N niezależnych analiz kointegracyjnych. W takim przypadku w istocie rzeczy nie wykorzystuje się informacji przekrojowych, a jedynie informacje pochodzące ze struktury czasowej każdej jednostki panelu oddzielnie, łącząc zgodnie z propozycją Fishera indywidualne, **niezależne** wyniki. Innymi ze względu na swoją konstrukcję propozycjami są testy panelowej kointegracji zaproponowane przez Larssona, Lyhagena i Lothgrena¹⁵, Groena i Kleibergena¹⁶ oraz Karamana¹⁷.

4. Wyniki empiryczne ewaluacji dylematu Feldsteina i Horioki

Dylemat Feldsteina i Horioki, związany z pomiarem międzynarodowej mobilności kapitału, zalicza się do jednej z najnowszych zagadek ekonomicznych, a jednocześnie jest jednym z bardzo często dyskutowanych zagadnień. Wynika to m.in. z faktu, że założenie mobilności kapitału, czy to w postaci nieograniczonej, czy też w formie ograniczonej do średniego i/lub długiego okresu, jest „kamieniem węgielnym” współczesnej makroekonomii, a głównie ekonomii międzynarodowej ze względu na bardzo szerokie implikacje makroekonomiczne. Problem pomiaru międzynarodowej mobilności kapitału był przedmiotem zainteresowania ekonomistów od długiego czasu. W latach 70. XX wieku typowe podejście stosowane w badaniach

¹⁴ Por. K. Strzała, *Dylemat Feldsteina i Horioki – weryfikacja ekonometryczna*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2012, s. 77–78.

¹⁵ R. Larsson, J. Lyhagen, M. Lothgren, *Likelihoodbased cointegration tests in heterogenous panels*, „Econometrics Journal” 2001, vol. 4, s. 109–142.

¹⁶ J.J.J. Groen, F. Kleibergen, *Likelihoodbased cointegration analysis in panels of vector correction models*, „Journal of Business & Economic Statistics” 2003, vol. 21, s. 295–318.

¹⁷ D.D. Karaman, *Comparison of panel cointegration tests*, mimeo, 2004.

empirycznych zmierzające do uchwycenia zakresu mobilności kapitału polegało na porównywaniu poziomów oraz zmian stóp procentowych pomiędzy uprzemysłowionymi krajami świata¹⁸. Nowatorstwo podejścia Feldsteina i Horioki do weryfikacji hipotezy międzynarodowej mobilności kapitału zawiera się w zaproponowaniu regresji przekrojowej opisującej zależność krajowych stóp inwestycji i oszczędności.

Przyjmując powszechną opinię, że występuje *PCM* (ang. *Perfect Capital Mobility*), czyli że kapitał jest nieskończenie mobilny, można założyć, iż każdy kraj, który można określić jako małą otwartą gospodarkę, może pożyczać lub też udzielać pożyczek innym krajom przy obowiązującej światowej realnej stopie procentowej r^* . Akceptując to założenie, Feldstein i Horioka postawili hipotezę, że oszczędności oraz inwestycje krajowe nie są skorelowane. Zgromadzone w kraju oszczędności reagują na zmiany światowych możliwości inwestowania (światowej realnej stopy procentowej), a inwestycje są finansowane ze światowej puli kapitału. Do weryfikacji hipotezy zaproponowali wykorzystanie przekrojowej regresji stopy inwestycji i stopy oszczędności. Przechodząc do ujęcia panelowego, regresję FH zapiszemy w postaci:

$$i_{it} = \alpha + \beta s_{it} + \mu_{it}, \quad (14)$$

gdzie: $i_{it} = (I/Y)_{it}$ oznacza stopę inwestycji krajowych, czyli iloraz nakładów inwestycyjnych brutto i wartości produktu krajowego brutto w kraju i w okresie t , a $s_{it} = (S/Y)_{it}$ – stopę oszczędności, czyli iloraz oszczędności brutto i produktu krajowego brutto w kraju i w okresie t .

Regresja FH przy wykorzystaniu danych przekrojowych, z wykorzystaniem analiz szeregów czasowych, jak i danych panelowych, była weryfikowana przez rzesze badaczy, co dawało zróżnicowane wyniki, ale w większości przypadków regresja ta nie obejmowała krajów Europy Centralnej i Wschodniej¹⁹.

Autorka artykułu podjęła badania, których celem było sprawdzenie, czy włączenie do analiz związków inwestycji i oszczędności nowych krajów członkowskich Unii Europejskiej z Europy Środkowej i Wschodniej oraz zastosowanie testów integracji i kointegracji panelowej daje możliwości poszerzenia wniosku na temat dylematu Feldsteina i Horioki.

Badania przeprowadzone w 2010 r. dotyczyły 15 „starych” oraz 11 nowo przyjętych krajów członkowskich Unii Europejskiej i obejmowały swoim zasięgiem okres 1987–2007. Szeregi czasowe poddawane analizie pochodziły z bazy Banku Światowego – *World Development Indicators* (2009).

W pierwszym etapie poddano badaniu stacjonarności procesy generujące obserwacje stóp inwestycji (i) i oszczędności (s) z wykorzystaniem indywidualnych oraz

¹⁸ Por. K. Strzała, *Regresja Feldsteina i Horioki – dylemat, paradoks czy test mobilności kapitału*, „Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego” 2011, vol. 8.

¹⁹ Ibidem, s. 167–168; K. Strzała, *Dylemat Feldsteina i Horioki – weryfikacja empiryczna...*, op.cit., s. 12–14.

panelowych testów pierwiastka jednostkowego²⁰. Wyniki przeprowadzonych panelowych testów stacjonarności i pierwiastka jednostkowego pozwalają uznać rozpatrywany panel za zintegrowany w stopniu pierwszym²¹. Indywidualne testy pierwiastka jednostkowego wskazują, że rozpatrywany panel krajów UE charakteryzuje się zróżnicowaną wewnątrznie strukturą stochastyczną, stanowiąc mieszaną procesów typu $I(1)$, $I(0)$ oraz procesów niezidentyfikowanych.

W celu zbadania, czy występuje relacja długookresowa stopy oszczędności i inwestycji, wykorzystano testy kointegracji panelowej zaproponowane przez Pedroniego, statystykę Fishera dla indywidualnych testów Johansena oraz test Kao. W przypadku testów Pedroniego relacja jest szacowana metodą Pooled OLS przy trzech wariantach struktury deterministycznej wektora kointegrującego: a) bez elementów deterministycznych, b) z wyrazem wolnym, c) z wyrazem wolnym i trendem liniowym, natomiast w teście Kao występuje tylko wariant (b). Sprawdziany testu Fishera–Johansena są wyznaczane przy założeniu: braku trendu liniowego w procesie generującym obserwacje lub występowania trendu liniowego w procesie generującym obserwacje, co w efekcie prowadzi do rozpatrywania czterech wariantów struktury deterministycznej modelu VAR i wektora kointegrującego. Zastosowanie wymienionych powyżej testów skutkuje tym, że dla poszczególnych wersji rozpatrywanej relacji dysponujemy wynikami następującej liczby testów: dla wariantu (a) – 12, dla (b) – 14, dla (c) – 12.

Biorąc pod uwagę, że rozpatrywany panel krajów jest zróżnicowany pod względem struktury stochastycznej, rozpatrzono także wyniki zbiorcze testów zakładających w H_A zróżnicowanie parametru autoregresyjnego regresji pomocniczej, do których należą testy grupowe Pedroniego i testy Fishera–Johansena. W takim przypadku dla poszczególnych wariantów struktury deterministycznej regresji pomocniczej dysponujemy wynikami następującej liczby testów: dla wariantu (a) – 4, dla (b) – 5, dla (c) – 4.

W tabeli 1 zostały zamieszczone zbiorcze wyniki testów kointegracji dla regresji Feldsteina i Horioki dla rozszerzonej Unii Europejskiej (UE25 – górna część tablicy) oraz dla „starych” krajów członkowskich z pominięciem Luksemburga (UE14 – dolna część tablicy).

²⁰ K. Strzała, *Dylemat Feldsteina i Horioki – weryfikacja empiryczna...*, op.cit., s. 95–113.

²¹ Przy podejściu panelowym oprócz „klasycznych” testów pierwiastka jednostkowego autorstwa Levina, Lina i Chu (LLC), Ima, Pesara i Shina (IPS) zastosowano testy Maddali i Wu w wersji MW-ADF oraz MW-PP oraz test Hadriego w wersji H-Z oraz H-HcZ.

Tabela 1. Wyniki badania kointegracji regresji FH, UE (1987–2007)

Oszacowanie	p-value	Skorygowany R^2	El.det	CI	CI(2)
UE25					
0,993	0,000	---	nC, nT	6/6	2/2
0,294	0,000	0,122	C	2/12	2/3
0,295	0,000	0,121	C, T	4/8	3/1
UE14					
0,919	0,000	---	nC, nT	6/6	0/4
0,078	0,036	0,012	C	3/11	2/3
0,085	0,022	0,019	C, T	6/6	4/0

EvIEWS 6. Metoda estymacji – *Pooled Least Squares*, C – wyraz wolny, T – trend; nC, nT – brak elementów deterministycznych w relacji. W kolumnie oznaczonej CI wyrażenie 6/6 oznacza, że 6 spośród 12 zastosowanych testów wskazuje na skointegrowanie analizowanej relacji, a 6 na brak kointegracji na poziomie istotności $\alpha = 0$. Kolumna oznaczona $CI(2)$ zawiera wyniki testów kointegracji zakładających w hipotezie alternatywnej zróżnicowanie parametru autoregresji. Wyłuszczeniem oznaczono statystyczną istotność parametrów na poziomie $\alpha = 0,05$.

Źródło: opracowanie własne.

Interpretując wyniki badania kointegracji, warto zwrócić uwagę na elementy oceny formalnej, a następnie na implikacje w zakresie interpretacji ekonomicznej. W przypadku regresji FH dla UE14 wyraźne są bardzo niskie wartości skorygowanego współczynnika determinacji. Wartości skorygowanego rzędu 0,11 czy też 0,12 są akceptowalne w tym sensie, że są często spotykane w publikacjach zawierających regresje przekrojowo-czasowe typu *pooled*, w których występuje wspólny wyraz wolny i w których nie uwzględnia się zróżnicowanych efektów indywidualnych ani też czasowych.

Przyglądając się liczbom w kolumnie CI , zauważymy, że wyniki zbiorcze dla „klasycznej” regresji Feldsteina i Horioki w układzie zarówno rozszerzonej, jak i „starej” UE kształtują się bardzo podobnie. W przypadku regresji bez elementów deterministycznych dla obydwu paneli wynik jest niekonkluzywny, gdyż 6 spośród 12 zastosowanych testów kointegracji wskazuje na skointegrowanie regresji FH, a 6 testów – na brak kointegracji. Warto przy tym przypomnieć, że wnioskowanie wykorzystujące poszukiwanie relacji długookresowej stopy inwestycji i oszczędności ma na celu poddanie weryfikacji hipotezy wynikającej z warunku płynności salda rachunku bieżącego. W kontekście tego nurtu rozważań bliskie jedności oszacowania parametru są wynikiem „wymuszonej” kointegracji, gdyż w przypadku stacjonarnego salda rachunku bieżącego ($CA \sim I(0)$), inwestycje i oszczędności będą skointegrowane z wektorem kointegrującym równym $[1, -1]$.

Przechodząc do interpretacji oceny współczynnika zatrzymania oszczędności, zauważymy, że w regresji FH bez elementów deterministycznych dla UE25 oszacowanie parametru jest równe 0,993, z błędem szacunku równym 0,012. Poddając oszacowanie tego parametru weryfikacji statystycznej, stwierdzamy, że różni się statystycznie

istotnie od zera ($t_{\beta=0} = 79,95$), a jednocześnie nie różni się statystycznie istotnie od jedności ($t_{\beta=1} = -0,5842$), gdyż wartość krytyczna rozkładu t -Studenta dla $T = 525$ wynosi $t_{\alpha}^* = 2,576$ dla $\alpha = 0,01$. Biorąc pod uwagę wskazania weryfikacji statystycznej, możemy przychylić się do wniosku, że relacja $I = f(S)$ jest relacją długookresową (skointegrowaną), z wektorem kointegrującym równym $[1, -1]$. W tym przypadku proporcja wskazań drugiej grupy testów jest analogiczna, dając wynik 2/2.

Dla „starych” krajów Unii Europejskiej (UE14) ocena współczynnika w regresji bez elementów deterministycznych równa 0,919 różni się statystycznie istotnie zarówno od zera, jak i od jedności, gdyż sprawdziany testu t -Studenta wynoszą odpowiednio $t_{\beta=0} = 58,78$, $t_{\beta=1} = -5,1756$, a wartość krytyczna dla $T = 254$ przyjmuje taką samą wartość jak dla $T = 525$. Wyniki pierwszej grupy testów są niekonkluzywne (6/6), a w przypadku założenia zróżnicowania parametru regresyjnego w łącznej regresji pomocniczej (0/4) wyraźnie wskazują na brak kointegracji. Nie mamy podstaw, aby wnioskować, że występuje „wymuszona” przez warunek płynności salda rachunku bieżącego kointegracja z wektorem równym $[1, -1]$.

W przypadku regresji z wyrazem wolnym zarówno dla UE25, jak i UE14 przeważają wskazania testów niepozwalające na odrzucenie hipotezy zerowej o braku kointegracji. Podobnie, chociaż nie z taką ostrością podziału, kształtują się zbiorcze wyniki drugiej grupy testów (2 – CI, 3 – brak CI). W regresji ze stałą dla rozszerzonej UE tylko międzygrupowy test ADF Pedroniego wskazuje na występowanie kointegracji, a statystyka Fishera–Johansena (ze stałą w wektorze kointegrującym i modelu VAR) pozwala wnioskować o występowaniu jednego wektora kointegrującego w rozpatrywanym panelu krajów.

Porównując wyniki badania kointegracji dla regresji pomocniczej ze stałą i trendem zawarte w kolumnie CI oraz CI(2), zauważymy diametralne różnice wskazań, zwłaszcza dla UE14. Testy drugiej grupy uwidaczniają występowanie relacji długookresowej. Wszystkie grupowe testy Pedroniego pozwalają na odrzucenie hipotezy o braku kointegracji, a test Fishera–Johansena wskazuje na jeden wektor kointegrujący. Można sformułować wniosek, że włączenie trendu do wektora kointegrującego w istotny sposób zmienia wnioskowanie, a przy tym stała jest statystycznie istotna. Pozostaje odpowiedzieć na pytanie, które testy są w tym przypadku właściwe, lub też formułując pytanie inaczej – czy panel „starych” krajów UE należy traktować jako homo- czy też heterogeniczny.

Przyglądając się wnikliwie ocenom współczynnika zatrzymania oszczędności uzyskanym przy zastosowaniu podejścia panelowego oraz w regresjach przekrojowych dla kolejnych pięcioletnich podokresów, można wnioskować, że dylemat Feldsteina i Horioki przeszedł do historii. Byłoby to oczywiste dla „starych” krajów Unii Europejskiej, w przypadku których ocena parametru $\beta = 0,085$ (w regresji ze stałą i trendem) jest statystycznie istotnie różna od zera na poziomie $\alpha = 0,05$, ale jednocześnie wskazanie testów kointegracji nie pozwalają na jednoznaczne rozstrzygnięcie. Biorąc

pod uwagę wskazania wszystkich testów (6/6), można przychylić się do wniosku, że regresja FH nie wykazuje cech relacji długookresowej. A jednocześnie faktem jest, że charakteryzuje się bardzo słabym dopasowaniem. Natomiast wyniki $CI(2)$ wskazują na występowanie relacji długookresowej pomiędzy stopą inwestycji i oszczędności, jednakże przy obecności stałej i trendu o ujemnym nachyleniu. Warto przy tym zauważyć, że wartości ocen współczynnika zatrzymania oszczędności rzędu 0,08 są nawet mniejsze niż udział poszczególnych krajów Unii Europejskiej w puli międzynarodowego kapitału. Tak więc bez dalszych badań nie można jednoznacznie stwierdzić, że dylemat FH przeszedł do historii, ale być może rozwiązanie „zagadki” jest już bardzo bliskie.

W przypadku rozszerzonej Unii Europejskiej oceny współczynnika zatrzymania oszczędności w „klasycznej” regresji FH kształtują się na poziomie 0,294–0,295, co zgodnie z interpretacją Feldsteina i Horioki wskazuje na nieznaczne ograniczenie międzynarodowej mobilności kapitału. Trzykrotne zwiększenie oceny współczynnika zatrzymania oszczędności w przypadku rozszerzonej UE w porównaniu do UE14 nie wynika ze znaczącego zwiększenia udziału „dużych” gospodarek w rozpatrywanym panelu krajów ani też ze znaczącego zwiększenia przeciętnego udziału poszczególnych krajów w światowej puli kapitału, ale znajduje wyjaśnienie w tzw. obciążeniu ze względu na kraj pochodzenia.

Można przypuszczać, że ten margines braku mobilności kapitału pomiędzy krajami wynika z dominacji niechęci do ryzyka nad dążeniem do osiągnięcia maksymalnych dochodów i jest nieodłącznie związany z funkcjonowaniem rynku.

5. Zakończenie

Wraz z upowszechnieniem się poglądu o braku stacjonarności procesów generujących obserwacje oraz jednoczesnym zwiększeniem dostępności baz danych przekrojowo-czasowych nastąpiła era modeli panelowych, a także dynamiczny wzrost zainteresowania metodami analizy niestacjonarnych, heterogenicznych danych panelowych. Popularnym narzędziem badań w ostatnim okresie stała się analiza integracji i kointegracji panelowej. Typowym podejściem jest przeprowadzenie zestawu dostępnych testów i wyciąganie wniosków na podstawie zbiorczych wyników, co może być potencjalnie mylące, jak wskazują wyniki badań nad dylematem Feldsteina i Horioki przeprowadzonych przez autorkę niniejszego artykułu.

Bibliografia

- Engle R., Granger C., *Co-integration and error correction representation, estimation and testing*, „Econometrica” 1987, vol. 55, s. 251–276.
- Hadri K., *Testing for stationarity in heterogenous panel data*, „The Econometrics Journal” 2000, vol. 3, s. 148–161.
- Groen J.J.J., Kleibergen F., *Likelihoodbased cointegration analysis in panels of vector correction models*, „Journal of Business & Economic Statistics” 2003, vol. 21, s. 295–318.
- Johansen S., *Statistical analysis of cointegration vectors*, „Journal of Economic Dynamic and Control” 1988, vol. 12, s. 231–254.
- Kao C., *Spurious regression and residual-based tests for cointegration in panel data*, „Journal of Econometrics” 1999, vol. 90, s. 1–44.
- Karaman D.D., *Comparison of panel cointegration tests*, mimeo, 2004.
- Karlsson S., Lothgren M., *On the power and interpretation of panel unit root tests*, „Economic Letters” 2000, vol. 66, s. 249–255.
- Kębłowski P., *Modele zintegrowanych szeregów przekrojowoczesowych*, w: *Gospodarka oparta na wiedzy*, red. W. Welfe, PWE, Warszawa 2007, s. 173–199.
- Kokocińska M., Strzała K., *Zintegrowany system oceny aktywności przedsiębiorstw i prognozowania kategorii makroekonomicznych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2007.
- Larsson R., Lyhagen J., Lothgren M., *Likelihoodbased cointegration tests in heterogenous panels*, „Econometrics Journal” 2001, vol. 4, s. 109–142.
- MacKinnon J.G., Haug A.A., Michelis L., *Numerical distribution functions of likelihood ratio tests for cointegration*, „Journal of Applied Econometrics” 1999, vol. 14, s. 563–577.
- Maddala G.S., Wu S., *A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test*, „Oxford Bulletin of Economics and Statistics” 1999, Special Issue, s. 631–652.
- McCoskey S., Kao C., *A residual-based test of the null of cointegration in panel data*, „Econometric Reviews” 1998, vol. 17, s. 57–84.
- Pedroni P., *Critical values for cointegration tests in heterogeneous panels with multiple regressors*, „Oxford Bulletin of Economics and Statistics” 1999, vol. 61, s. 653–670.
- Pedroni P., *Panel cointegration: asymptotic and finite sample properties of pooled time series tests with an application to the PPP hypothesis*, „Econometric Theory” 2004, vol. 20, s. 597–625.
- Strzała K., *Dylemat Feldsteina i Horioki – teoria i empiria*, w: *Metody matematyczne, ekonomiczne i informatyczne w finansach i ubezpieczeniach*, red. P. Chrzan, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. K. Adamieckiego, Katowice 2006, s. 251–259.
- Strzała K., *Dylemat Feldsteina i Horioki – weryfikacja empiryczna*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2012 (w druku).

Strzała K., *Regresja Feldsteina i Horioki – dylemat, paradoks czy test mobilności kapitału* „Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego” 2011, vol. 8, s. 167–182.

Summary

Panel cointegration tests – theory and empirics

The majority of economic hypotheses is formulated as a long-term relationship. The evaluation of long-term relationship in econometrics is performed with the use of cointegration theory. The aim of the paper is presentation of the panel cointegration tests. The individual and combined individual tests procedure are presented and discussed from the point of view of their applicability. The possible mistakes in inference can occur in the case when the chosen procedure is not the optimal one for the specific data generation process. The theoretical issues are illustrated with evaluation of Feldstein-Horioka dilemma for EU countries.

Keywords: individual and combined individual cointegration tests, Feldstein-Horioka dilemma

JEL classification: C10, F32, O57